

## ارزیابی مدل‌های تک‌متغیره، چندمتغیره و تلفیقی سری زمانی در پیش‌بینی و برآورد متوسط بار رسوب سالانه (مطالعه موردی: رودخانه سیستان)

محمد ناظری تهرودی<sup>۱\*</sup>، کیوان خلیلی<sup>۲</sup>، مرضیه عباس‌زاده افشار<sup>۳</sup>، زهرا ناظری تهرودی<sup>۴</sup>، فرشاد احمدی<sup>۴</sup>، مهدی مطلبیان<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه بیرجند، بیرجند

<sup>۲</sup> گروه مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه ارومیه، ارومیه

<sup>۳</sup> گروه مرتع و آبخیزداری، دانشکده کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه کاشان، کاشان

<sup>۴</sup> گروه هیدرولوژی و منابع آب، دانشکده علوم آب، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز

تاریخچه مقاله:

### چکیده

دریافت:

۹۴/۰۶/۰۶

اصلاح:

۹۴/۱۱/۰۹

پذیرش:

۹۵/۰۷/۲۳

پدیده‌های فرسایش، انتقال رسوب و برآورد بار رسوب در رودخانه‌ها با توجه به خسارات ناشی از آن یکی از مهم‌ترین و پیچیده‌ترین موضوعات مهندسی رودخانه می‌باشد. مدل‌سازی و پیش‌بینی دقیق این پارامتر با توجه به میزان اهمیت آن در تعیین عمر مفید سازه‌های آبی و شبکه‌های آبیاری و زهکشی می‌تواند بسیار مفید واقع شود. در واقع با استفاده از مدل‌های چندمتغیره در مدل‌سازی دبی - رسوب با دخالت دادن عوامل موثر دیگر مانند آورد رودخانه‌ها، می‌توان نتایج توصیف، مدل‌سازی و پیش‌بینی آن را بهبود بخشید. در این مطالعه با استفاده از مدل‌های سری زمانی رایج (ARMA)، چند متغیره (CARMA) و تلفیقی (CARMA-ARCH و ARMA-ARCH)، متوسط بار رسوب سالانه (Ton.day) و متوسط دبی سالانه ( $m^3/s$ ) رودخانه سیستان در دوره آماری ۴۲ ساله (۱۳۴۹-۱۳۹۱)، برآورد گردید. جهت استفاده از مدل چندمتغیره از دو سری زمانی دبی و بار رسوب رودخانه مورد مطالعه استفاده شد. نتایج نشان داد که با دخالت داده‌های دبی جریان در مدل چندمتغیره، دقت و خطای مدل‌سازی نسبت به مدل تک‌متغیره در مرحله واسنجی به ترتیب حدود ۸ درصد افزایش و ۵۰ درصد کاهش یافت. از بین چهار مدل مورد بررسی نیز نتایج نشان داد که مدل چندمتغیره تلفیقی از دقت بالاتر و میزان خطای کمتری برخوردار است. هم‌چنین با استفاده از مدل چندمتغیره تلفیقی، بار رسوب رودخانه مورد مطالعه با در نظر گرفتن متوسط دبی سالانه تا پایان سال ۱۴۰۱ به صورت سالانه پیش‌بینی گردید که نشان از کاهش بار رسوب نسبت به سال‌های گذشته است.

واژگان کلیدی:

پیش‌بینی

دبی جریان

واریانس شرطی

همزمان آرما

ARCH

### ۱- مقدمه

از سال ۱۹۶۰ تلاش‌ها و پژوهش‌های گسترده‌ای در راستای تجزیه و تحلیل سری‌های تصادفی هیدرولوژی و مدل‌های تک‌متغیره تولید داده شروع شد. از آن پس طراحی و عملیاتی کردن سیستم‌های منابع آب اغلب با استفاده از چندین سری زمانی متعدد هیدرولوژیکی و منابع آبی صورت گرفت که منجر به شتاب گرفتن و توسعه چندمتغیری‌ها شد. مدل‌های مختلف چندمتغیری

اغلب توسط فایرینگ<sup>۱</sup> (۱۹۶۴)، ماتالاس<sup>۲</sup> (۱۹۶۷)، ماتالاس و ویلز<sup>۳</sup> (۱۹۷۱)، مژیا<sup>۴</sup> (۱۹۷۱)، والنشیا و اسپاک<sup>۵</sup> (۱۹۷۳) و اکانل<sup>۶</sup> (۱۹۷۴) مطرح شد. (ماتالاس، ۱۹۶۷) مدل مارکف با پارامترهای ثابت چندمتغیره با تاخیر<sup>۷</sup> را مطرح کرد. متعاقباً (یانگ و پیسانو، ۱۹۶۸) یک روش ساده با استفاده از مدل ماتالاس توصیه کرد. (اکانل، ۱۹۷۴) مدل‌های چندمتغیره  $ARMA^{(1,1)}$  با پارامترهای ثابت را مطرح کرد. (والنشیا و اسپاک، ۱۹۷۳) با استفاده از مدل‌های چندمتغیره مشخصات کواریانس سالانه و فصلی را تولید و به این نتیجه رسیدند که مدل چندمتغیره ماتالاس، مدل ویژه‌ای از مدل‌های توده‌ای است. (ماتالاس و ویلز، ۱۹۷۱) پارامترهای آماری مدل چندمتغیره ثئوری فراکتال گوسین<sup>۹</sup> را تعیین و آن را به عنوان مدل‌های چندمتغیره سری‌های هیدرولوژی مطرح کردند. (مژیا، ۱۹۷۱) مدل‌های چندمتغیره شکننده خطی<sup>۱۰</sup> را مطرح کرد. (کاماچو<sup>۱۱</sup> و همکاران، ۱۹۸۵) مدل کارما<sup>۱۲</sup> را برای دو سری زمانی داده‌های متوسط ماهانه کیفیت آب به کار برده و نشان دادند که استفاده از مدل‌های چندمتغیره در برآورد پارامترهای مدل باعث کاهش واریانس و افزایش دقت مدل می‌شود. (منتظر و همکاران، ۱۳۹۱) برای تخمین میزان رسوب رودخانه بازفت در محل ایستگاه هیدرومتری مرغک از دو شبکه پرسپترون و شبکه یاد انتشار استفاده و در نهایت نتایج حاصل از شبکه‌ها را با روش منحنی سنج رسوب مقایسه کردند. (راحت‌طلب نخجیری و همکاران، ۱۳۸۳) به سنجش و گزینش مناسب‌ترین روش‌های برآورد بار کف (۱۶ رابطه‌ی مختلف) در رودخانه‌ی زرین گل استان گلستان پرداختند. (ولی و همکاران، ۱۳۹۰) کارایی دو مدل شبکه عصبی مصنوعی و رگرسیون را در پیش‌بینی بار رسوب حوضه آبخیز سمندگان مورد ارزیابی قرار دادند. نتایج تحقیقات آن‌ها نشان داد که عملکرد شبکه عصبی مصنوعی در مقابل روش رگرسیون بسیار دقیق‌تر است. (دستورانی و همکاران، ۱۳۹۱) بار معلق رسوب حوضه آبخیز جامیشان استان کرمانشاه را با استفاده از شبکه‌های عصبی مصنوعی برآورد کردند. نتایج تحقیقات آن‌ها نشان داد که دقت شبکه‌های عصبی از منحنی‌های سنج رسوب در منطقه مورد مطالعه بالاتر است. (خزایی پول و طالبی، ۱۳۹۲) امکان پیش‌بینی رسوبات معلق رودخانه قطورچای را با استفاده از ترکیب منحنی سنج رسوب و شبکه عصبی مصنوعی در محل ایستگاه پل یزدکان مورد بررسی قرار دادند. نتایج نشان داد که کاربرد ترکیبی این مدل‌ها از کیفیت به مراتب بالاتری نسبت به کاربرد هر یک از آن‌ها به تنهایی برخوردار است. (بهاتاچاریا<sup>۱۳</sup>، ۲۰۰۷) در مطالعه‌ای به برآورد رسوب بستر و بار کل با استفاده از دو مدل شبکه عصبی مصنوعی و درخت در مقایسه با روش‌های تجربی پرداختند. (حکمت و همکاران، ۲۰۰۶) در مطالعه‌ای از الگوریتم شبکه‌های عصبی مصنوعی تعمیم یافته<sup>۱۴</sup> GRNN و<sup>۱۵</sup> FFBP جهت برآورد رسوبات معلق رودخانه در حوضه جونیاتای ایالت متحده آمریکا استفاده کردند. (هیگ-پاک<sup>۱۶</sup> و همکاران، ۲۰۰۹) از شبکه عصبی مصنوعی رگرسیون خطی برای پیش‌بینی رسوب در حوضه آبخیز برون در جنوب کالیفرنیا در کشور آمریکا استفاده کردند. (رجایی و همکاران، ۲۰۱۰) در مطالعه‌ای از شبکه عصبی مصنوعی، عصبی - فازی،

<sup>1</sup> Fiering

<sup>2</sup> Matalas

<sup>3</sup> Wallis

<sup>4</sup> Mejia

<sup>5</sup> Valencia & Schaake

<sup>6</sup> O'Connel

<sup>7</sup> Lag1

<sup>8</sup> Autoregressive Moving Average

<sup>9</sup> Gaussian Fractal

<sup>10</sup> Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)

<sup>11</sup> Camacho

<sup>12</sup> Contemporaneous Autoregressive Moving Average (CARMA)

<sup>13</sup> Bhattacharya

<sup>14</sup> Generalized Regression Neural Network (GRNN)

<sup>15</sup> Feed Forward Back Propagation (FFBP)

<sup>16</sup> Hyuk Pak

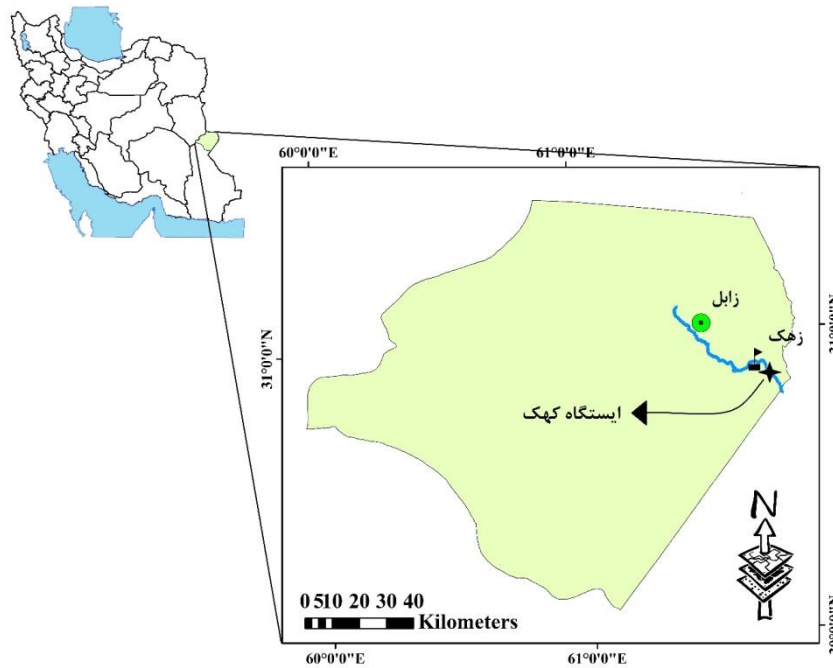
رگرسیون خطی و منحنی سنجه رسوب برای برآورد رسوب معلق در دو رودخانه از رودخانه‌های آمریکا استفاده نمودند و نشان دادند که هوش مصنوعی نتایج بهتری را نسبت به سایر روش‌ها ارائه می‌کنند. (ملسی<sup>۱</sup> و همکاران، ۲۰۱۱) مقدار رسوب معلق در رودخانه‌های می‌سی‌سی‌پی میسوری و ریوگراند آمریکا را به کمک مدل‌سازی شبکه عصبی مصنوعی (پرسپترون چند لایه) برآورد نمودند و نتایج حاصل با نتایج مدل آرما مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج پیش‌بینی روزانه بهتر از پیش‌بینی هفتگی بود و خروجی مدل شبکه عصبی به مراتب از دقت بالاتری نسبت به نتایج سایر مدل‌ها بود. (ولی پور، ۲۰۱۵) با استفاده از دو مدل فصلی خانواده آرما (SARIMA) تجمعی آرما (ARIMA) رواناب ایالت متحده را مورد بررسی و مقایسه قرار داد. نتایج تحقیق نشان داد که مدل فصلی آرما نتایج بهتری ارائه کرده است. شواهد نشان می‌دهد که مطالعات زیادی در مورد استفاده از مدل‌های چند متغیره و تلفیقی در پیش‌بینی و برآورد بار رسوب رودخانه صورت نگرفته و دقت مدل‌های مذکور مورد بحث قرار نگرفته است. در واقع در مورد مدل‌های چندمتغیره فصلی سری زمانی خانواده آرما مطالعات چندانی وجود ندارد و به طور کلی می‌توان گفت که در ایران هیچ تحقیقی در مورد این مدل‌ها صورت نگرفته است. در واقع نوآوری تحقیق حاضر نیز همین موضوع می‌باشد. مدل‌های مورد استفاده هم چندمتغیره می‌باشند و هم به صورت فصلی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. مدل‌های تک‌متغیره سری زمانی مثل ARMA، ARIMA، PARMA و ... در مطالعات هیدرولوژی به‌طور پراکنده مورد بحث قرار گرفته‌اند ولی در مورد مدل‌های مورد استفاده در این تحقیق، مطالعه مشابهی یافت نشد. از آنجایی که منابع و تحقیق‌های مشابه در این زمینه موجود نمی‌باشد و به ناچار مطالعات مختلف در مرور منابع ذکر گردیده است. هدف از این تحقیق بررسی چهار مدل سری زمانی ARMA (تک‌متغیره)، CARMA (چندمتغیره)، ARMA-ARCH (تک‌متغیره تلفیقی) و CARMA-ARCH (چندمتغیره تلفیقی) تحت تاثیر پارامتر دبی جریان رودخانه سیستان و مقایسه مدل‌های مذکور در دوره آماری ۱۳۹۱-۱۳۴۹ است.

## ۲- مواد و روش

### ۲-۱- منطقه مورد مطالعه

منطقه مورد مطالعه در این تحقیق، رودخانه سیستان در استان سیستان و بلوچستان و در محل ایستگاه کهک و سری زمانی مورد مطالعه، داده‌های متوسط دبی سالانه جریان ( $m^3/s$ ) و داده‌های بار رسوب (Ton.day) می‌باشد. رودخانه سیستان به عنوان مهم‌ترین منبع آبی دشت سیستان است که با پیمایش حدود ۷۰ کیلومتر از دشت سیستان به هامون هیرمند می‌ریزد. این رودخانه با شیب عمومی ۰/۰۰۰۰۲ تا ۰/۰۰۰۰۶ از تراز ۴۸۹ متری در دو شاخه هیرمند به تراز ۴۷۴/۷۵ متری در هامون هیرمند می‌رسد (حسن‌پور و طباطبایی، ۱۳۸۸؛ مهندسین مشاور تهران سحاب، ۱۳۶۹). بلندی متوسط دشت سیستان از سطح دریا ۴۸۰ متر است و این دشت در دو طرف رودخانه سیستان با شیب ملایمی حدود ۱:۴۰۰۰ به طرف هامون که دارای ارتفاعی نزدیک به ۴۷۳ متر می‌باشد، امتداد می‌یابد. شکل ۱ موقعیت منطقه مورد مطالعه را در سطح استان نشان می‌دهد. مشخصات ایستگاه‌های هیدرومتری مورد مطالعه و مشخصات آماری سری‌های زمانی مورد مطالعه نیز به شرح جدول ۱ ارائه گردید.

<sup>1</sup> Melesse



شکل ۱: موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه

جدول ۱: مشخصات آماری سری زمانی مورد مطالعه

عرض	طول	متوسط بار رسوب سالانه (Ton.day)	متوسط دبی سالانه (m <sup>3</sup> /s)	دوره آماری	ایستگاه	رودخانه
۳۰' ۰۴۹	۶۱' ۰۴۵	۴۰۹۲۳/۰۴	۸۶/۶۹	۱۳۹۱-۱۳۴۹	کهک	سیستان

## ۲-۲- روش

مدل‌های تک‌متغیره آرما

به‌کارگیری سری زمانی اولین بار در هیدرولوژی از اوایل دهه ۱۹۶۰ توسط توماس و فیرینگ (۱۹۶۲) و یوجویچ (۱۹۶۷) آغاز گردید و در دهه ۱۹۷۰ توسط باکس و جنکینز (۱۹۷۶) توسعه یافت. ساده‌ترین نوع مدل‌های سری زمانی از نوع خود همبسته<sup>۱</sup> (AR) می‌باشند که براساس زنجیره مارکوف بنا نهاده شده‌اند. یک سری زمانی وقتی از زنجیره مارکوف تبعیت می‌کند که هر رخدادی در زمان t با زمان‌های قبل و بعد از خود مرتبط باشد. از دیگر مدل‌های سری زمانی می‌توان به مدل‌های خودهمبسته با میانگین متحرک<sup>۲</sup> (ARMA) و خودهمبسته تجمعی با میانگین متحرک<sup>۳</sup> (ARIMA) اشاره نمود (خلیلی و همکاران، ۲۰۱۴). با در نظر گرفتن سری زمانی نرمال و استاندارد Z<sub>t</sub> مدل میانگین متحرک خودهمبسته ARMA(p,q) به شرح زیر در نظر گرفته شد:

$$Z_t = \sum_{i=1}^p (\phi_i \cdot Z_{t-i}) - \sum_{j=1}^q (\theta_j \cdot \epsilon_{t-j}) + \epsilon_t \quad (1)$$

<sup>1</sup> Auto Regressive

<sup>2</sup> Auto Regressive Moving Average

<sup>3</sup> Auto Regressive Integrated Moving Average

که در آن  $p$  مرتبه مدل  $AR$ ،  $q$  مرتبه مدل  $MA$ ،  $\phi_i$  و  $\theta_j$  ضرایب مدل و  $\varepsilon_t$  سری تصادفی و نرمال مدل با میانگین صفر و واریانس  $\sigma_\varepsilon^2$  می‌باشد (خلیلی و همکاران ۲۰۱۴). اساس تخمین پارامترهای مدل‌های خودهمبسته، ضرایب خودهمبستگی یک سری زمانی می‌باشد. در یک سری زمانی، ضریب خودهمبستگی  $P_k$  با تاخیر  $k$ ، از رابطه زیر که به صورت یک عدد بی‌بعد است به دست می‌آید (سالاس و همکاران، ۱۹۸۰):

$$P_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X}_t)(X_{t+k} - \bar{X}_{t+k})}{[\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X}_t)^2 (\sum_{t=1}^{n-k} (X_{t+k} - \bar{X}_{t+k})^2)]^{0.5}} \quad K = 1, 2, 3, 4, 5, \dots \quad (2)$$

که در آن  $X_t$  داده‌های مشاهداتی،  $\bar{X}_t$  میانگین داده‌های مشاهداتی،  $X_{t+k}$  داده مشاهداتی با تاخیر  $t+k$  و  $\bar{X}_{t+k}$  نیز میانگین داده‌های با تاخیر  $t+k$  است.

$$\phi_k(K) = \frac{P_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_j(K-1).P_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_j(K-1).P_j} \quad j = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, K \quad (3)$$

که در آن  $P_k$  ضریب خودهمبستگی با تاخیر  $k$  است. مدل برتر با استفاده از معیار آکائیک کمتر از بین مدل‌های خانواده  $ARMA$  انتخاب می‌گردد. آماره معیار آکائیک اصلاح شده ( $AICC^1$ ) به شرح زیر محاسبه می‌شود (سالاس، ۱۹۸۰).

$$AICC(p, q) = n \ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + \frac{2(p+q+1)n}{(n-p-q-2)} \quad (4)$$

که در آن  $n$  تعداد داده‌ها،  $p$  مرتبه مدل در بخش خودهمبسته،  $q$  مرتبه مدل در بخش میانگین متحرک و  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$  واریانس مانده‌ها یا خطاها می‌باشد که از رابطه زیر به دست آمد.

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{s^2(1 - \phi_1^2)}{(1 - 2\phi_1\theta_1 + \theta_1^2)} \quad (5)$$

ارزیابی مدل‌ها

به منظور ارزیابی عملکرد مدل‌های مورد استفاده از ضریب همبستگی و معیارهای بررسی خطا (جذر میانگین مربعات خطا  $(RMSE)$  و میانگین قدرمطلق خطا<sup>۲</sup>  $(MAE)$ ) و ضریب تبیین به شرح زیر استفاده گردید. روشی که کمترین مقدار جذر میانگین مربعات خطا و میانگین قدرمطلق خطا و یا بیشترین مقدار ضریب تبیین را داشته باشد از عملکرد بهتری برخوردار خواهد بود.

۱- مجذور متوسط مربعات خطا:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (O_i - P_i)^2}{n-1}} \quad (6)$$

ضریب تبیین<sup>۳</sup>

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (P_i - O_i)^2}{\sum (O_i - \bar{O}_i)^2} \quad (7)$$

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |Q_i - \hat{Q}_i| \quad (8)$$

که در آن  $O_i$ : داده‌های واقعی یا مشاهده‌ای و  $P_i$ : داده‌های پیش‌بینی و  $\hat{Q}_i$  میانگین داده‌ها می‌باشند.

<sup>1</sup> Akaike Information Criterion Corrected (AICC)

<sup>2</sup> Mean Absolute Error

<sup>3</sup> Coefficient of determination

مدل‌های چندمتغیره آرما (همزمان آرما)

روش‌های متعددی در تجزیه و تحلیل و مدل‌سازی سری‌های زمانی هیدرولوژی مورد نیاز است. ویژگی نوعی از مدل‌های همزمان، ماتریس پارامترهای قطری است که برآورد پارامترهای آن مستقل از مدل‌های تک‌متغیره است. از مدل‌های خطی چندمتغیره، می‌توان به مدل اتورگرسیو چندمتغیره  $MAR(p)$ ، مدل همزمان  $ARMA(p,q)$  که به‌عنوان مدل  $CARMA(p,q)$  تعریف می‌شود، مدل ترکیبی همزمان و میانگین متحرک  $CARMA(p,q)$  که به‌عنوان  $CSM-CARMA(p,q)$  تعریف می‌شود و مدل پربودیک اتورگرسیو چند متغیره فصلی یا  $MPAR(p)$  نام برد. مدل‌سازی فرآیندهای هیدرولوژیکی چندمتغیره بر اساس مدل کامل چندمتغیره  $ARMA$ ، اغلب مشکلاتی در برآورد پارامترهای آن بوجود می‌آید. مدل  $CARMA$  (مدل همزمان اتورگرسیو با میانگین متحرک) به‌عنوان یک جایگزین ساده‌تر به مدل کامل چند متغیره  $ARMA$  پیشنهاد شد (سالاس و همکاران، ۱۹۸۰). در مدل  $CARMA(p,q)$  ماتریس پارامترهای هر دو مدل اتورگرسیو و میانگین متحرک به صورت قطری فرض می‌شود به طوری که یک مدل چندمتغیره را می‌توان مستقل از مدل تک‌متغیره  $ARMA$  دانست. بنابراین، به جای برآورد پارامترهای مدل به طور مشترک، می‌توان آنها را به طور مستقل برای هر سایت تک‌متغیره  $ARMA$  برآورد کرد. که این کار باعث شناسایی بهترین مدل  $ARMA$  تک‌متغیره می‌شود. بنابراین اگر یک مدل کامل چندمتغیره  $ARMA$  مورد استفاده قرار گیرد، ساختار وابستگی متفاوت در زمان را می‌توان به جای آن که برای هر سایت مدل کرد، یک ساختار وابسته مشابه در زمان برای تمام سایت‌ها در نظر گرفت. مدل  $CARMA(p,q)$  را برای  $n$  سایت می‌توان را به صورت زیر نشان داد:

$$Y_t = \sum_{i=1}^p \phi_i Y_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (8)$$

که در آن  $Y_t$  یک ماتریس ستونی  $n \times 1$  از سری مشاهداتی  $Y_t^k$  با توزیع نرمال و میانگین صفر به نمایندگی از سایت‌های مختلف  $k=1,2,\dots,n$ ،  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$  ماتریس قطری  $n \times n$  پارامترهای مدل اتورگرسیو (خودهمبسته) و  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  ماتریس قطری  $n \times n$  پارامترهای مدل میانگین متحرک است.  $\varepsilon_t$  نیز یک ماتریس  $n \times 1$  داده‌های تصادفی نرمال با میانگین صفر و واریانس - کواریانس  $g$  است.

$$\begin{bmatrix} Y_t^{(1)} \\ Y_t^{(2)} \\ \vdots \\ Y_t^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi^{11} & \phi^{12} & \dots & \phi^{1n} \\ \phi^{21} & \phi^{22} & \dots & \phi^{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi^{n1} & \phi^{n2} & \dots & \phi^{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1}^{(1)} \\ Y_{t-1}^{(2)} \\ \vdots \\ Y_{t-1}^{(n)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta^{11} & \theta^{12} & \dots & \theta^{1n} \\ \theta^{21} & \theta^{22} & \dots & \theta^{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta^{n1} & \theta^{n2} & \dots & \theta^{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_t^{(1)} \\ \varepsilon_t^{(2)} \\ \vdots \\ \varepsilon_t^{(n)} \end{bmatrix} \quad (9)$$

مدل  $CARMA$  قادر به حفظ تاخیر صفر همبستگی متقابل در فضای بین سایت‌های مختلف است، علاوه بر آن وابستگی ساختار زمان برای هر سایت توسط پارامترها  $p$  و  $q$  تعریف شده است (سالاس و همکاران، ۱۹۸۰).

برآورد پارامترهای مدل

با در نظر گرفتن  $N$  سال داده در هر سایت  $i$  با داده‌های مشاهداتی  $Y_t^{(i)}$  و  $i=1,2,3,\dots,n$  ماتریس مدل عمومی  $Y_t$  به صورت زیر توصیف می‌گردد:

$$Y_t = \mu + \sigma Z_t \quad (10)$$

که در آن  $\mu$  و  $\sigma$  به ترتیب میانگین و واریانس  $Y_t$  است و استاندارد سازی متغیرها با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$Z_t^{(i)} = (y_t^{(i)} - \mu_t^{(i)}) / \sigma^{(i)}, i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

پارامترهای مدل CARMA(p(i), q(i)) همانند پارامترهای مدل ARMA تعیین می‌گردد. سری زمانی باقی‌مانده مدل مستقل از زمان است، اما در میان خود وابسته است (در فضا وابسته است). این وابستگی متقابل با استفاده از رابطه زیر می‌تواند مدل شود:

$$\mathcal{E}'_t^{(i)} = \frac{\mathcal{E}_t^{(i)}}{\sigma_t^{(i)}} \quad (12)$$

$$\mathcal{E}'_t = B \xi_t \quad (13)$$

که در آن B با استفاده از رابطه زیر برآورد می‌گردد:

$$\widehat{BB}^T = \widehat{M}_0 \quad (14)$$

که در آن  $\widehat{M}_0$  برابر با ماتریس تابع خود همبستگی با تاخیر صفر است که از ماتریس زیر محاسبه می‌گردد:

$$\widehat{M}_k = \begin{matrix} 11 & 12 & \dots & 1n \\ r_k & r_k & \dots & r_k \\ 21 & 22 & \dots & 2n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ n1 & n2 & \dots & nn \\ r_k & r_k & \dots & r_k \end{matrix} \quad (15)$$

$$r_k^{ij} = \frac{\sum_{t=1}^{N-K} (\mathcal{E}_t^{(i)} - \bar{\mathcal{E}}_t^{(i)}) (\mathcal{E}_{t+k}^{(j)} - \bar{\mathcal{E}}_{t+k}^{(j)})}{\sqrt{\sum_{t=1}^{N-K} (\mathcal{E}_t^{(i)} - \bar{\mathcal{E}}_t^{(i)})^2 \cdot \sum_{t=1}^{N-K} (\mathcal{E}_{t+k}^{(j)} - \bar{\mathcal{E}}_{t+k}^{(j)})^2}} \quad (16)$$

که در آن  $\bar{\mathcal{E}}_t^{(i)}$  میانگین N-K داده i و  $\bar{\mathcal{E}}_{t+k}^{(i)}$  میانگین N-K داده j است. در نهایت ماتریس پارامترهای مدل CARMA(p, q) با استفاده از رابطه زیر حاصل می‌شود (ماتالاس، ۱۹۶۷):

$$\hat{A}_l = \hat{M}_l \hat{M}_0^{-1} \quad (17)$$

#### مدل‌های ARCH

این مدل برای اولین بار در مطالعات اقتصادی توسط انگل (۱۹۸۲) ارائه شد و اولین مدلی است که یک چارچوب نظام‌مند را برای مدل‌سازی نوسانات فراهم می‌کند. ایده اصلی مدل‌های ARCH به دو صورت است که (الف) میانگین اصلاح شده بازگشت داده‌ها مجزا اما وابسته است و (ب) مدل وابسته است و می‌تواند توسط یک تابع ساده درجه دوم از مقادیر قبل از آن شرح داده شود. به طور خلاصه، مدل ARCH به صورت زیر فرض می‌شود (انگل ۱۹۸۲):

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t \quad \text{و} \quad \sigma_t^2 = a_0 + \sum_{i=1}^m b_i \varepsilon_{t-i}^2 \quad (18)$$

که در آن  $\sigma_t^2$  واریانس شرطی،  $\varepsilon_t$  عبارت خطا یا باقی‌مانده مدل با میانگین صفر و واریانس ۱ است،  $b_0 \geq 0$  و  $a_0 \geq 0$  پارامترهای مدل، m برابر با مرتبه مدل و  $z_t$  سری زمانی پارامتر مورد نظر است (انگل ۱۹۸۲).

#### ساختار مدل ARCH

برای درک بهتر مدل، ساختار مدل ARCH(1) در نظر گرفته شد (انگل ۱۹۸۲).

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad \text{و} \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 \quad (19)$$

که در آن  $b_0 \geq 0$  و  $a_0 \geq 0$  است. ابتدا باید میانگین شرطی  $a_t$  را برابر صفر در نظر گرفت. زیرا:

$$E(a_t) = E[E(a_t | F_{t-1})] = E[\sigma_t E(\varepsilon_t)] \quad (20)$$

سپس واریانس شرطی از رابطه زیر بدست آمد (انگل ۱۹۸۲):

$$\text{Var}(a_t) = E(a_t^2) = E[E(a_t^2 | F_{t-1})] = E[\alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2] = \alpha_0 + \alpha_1 E(a_{t-1}^2) \quad (21)$$

از آنجا که  $a_t$  با توجه به  $E(a_t) = 0$ ،  $\text{Var}(a_t) = E(a_{t-1}^2)$ ، یک فرآیند ایستا و ثابت است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\text{Var}(a_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \text{Var}(a_t) \quad (22)$$

$$\text{Var}(a_t) = \frac{\alpha_0}{(1 - \alpha_1)} \quad (23)$$

از آنجا که واریانس  $\alpha_t$  باید مثبت باشد، در نتیجه محدوده  $\alpha_1$  باید بین ۰ و ۱ باشد. در برخی از برنامه‌های کاربردی، مقادیر بالاتر از  $(\alpha_1)$  نیز باید وجود داشته باشد و از این رو،  $\alpha_1$  باید برخی از گشتاورهای اضافی را تامین کند. به عنوان مثال، در مطالعه رفتار دنباله‌ها، نیاز است که گشتاور چهارم  $(\alpha_1)$  نیز محدود شود. با فرض نرمال بودن  $\varepsilon_t$  در معادله زیر خواهیم داشت (انگل ۱۹۸۲):

$$E(a_t^4 | F_{t-1}) = 3[E(a_t^2 | F_{t-1})]^2 = 3(\alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2)^2 \quad (24)$$

بنابراین:

$$E(a_t^4) = E[E(a_t^4 | F_{t-1})] = 3E(\alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2)^2 = 3E(\alpha_0^2 + 2\alpha_0\alpha_1 a_{t-1}^2 + \alpha_1^2 a_{t-1}^4) \quad (25)$$

اگر  $\alpha_1$  به عنوان ثابت چهارم در نظر گرفته شود و  $m_4 = E(a_t^4)$  در این صورت:

$$m_4 = 3E(\alpha_0^2 + 2\alpha_0\alpha_1 \text{Var}(a_t) + \alpha_1^2 m_4) = 3\alpha_0^2(1 + 2\frac{\alpha_1}{1 - \alpha_1}) + 3\alpha_1^2 m_4 \quad (26)$$

در نهایت:

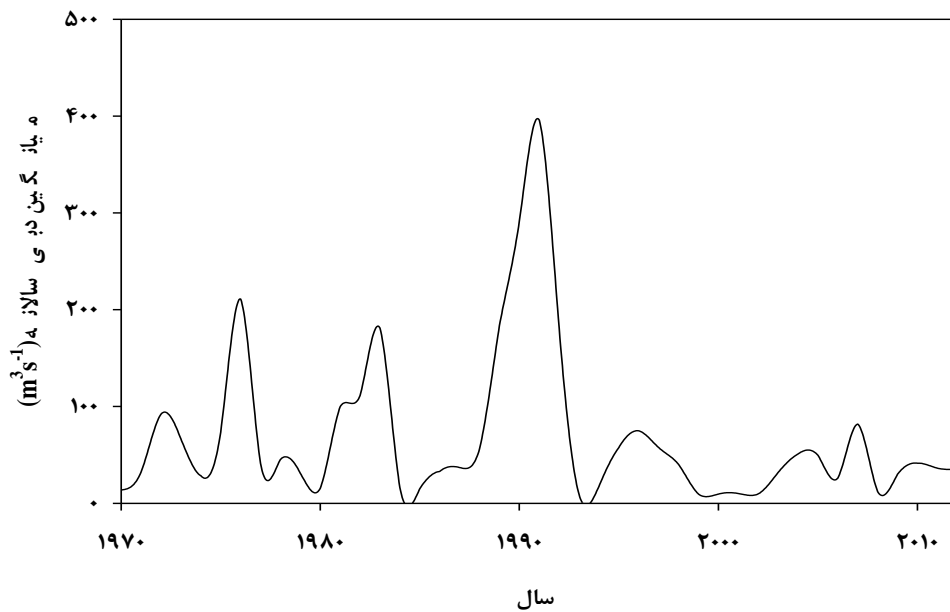
$$m_4 = \frac{3\alpha_0^2(1 + \alpha_1)}{(1 - \alpha_1)(1 - 3\alpha_1^2)} \quad (27)$$

که در آن  $m_4$  برابر با گشتاور چهارم  $(\alpha_1)$ ،  $b_0 \geq 0$  و  $a_0 \geq 0$  پارامترهای مدل ARCH هستند.

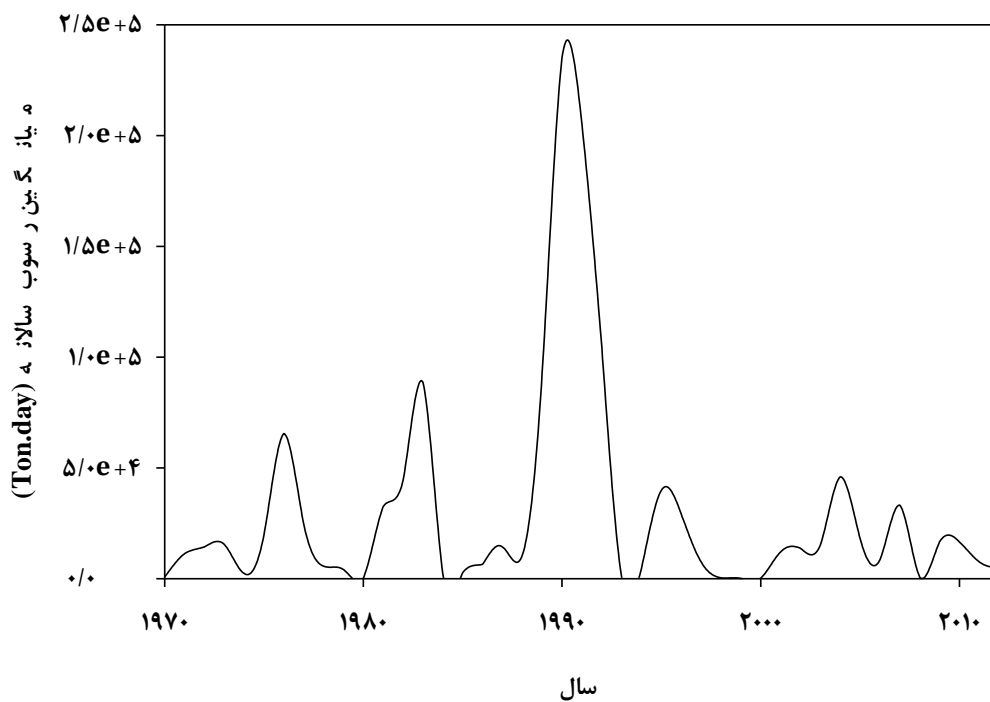
### ۳- یافته‌ها (نتایج)

با استفاده از داده‌های متوسط دبی سالانه (متر مکعب بر ثانیه)، متوسط رسوب سالانه (تن در روز)، مدل‌های چندمتغیره و تک‌متغیره خانواده آرما، اقدام به مدل‌سازی و پیش‌بینی میزان بار رسوب سالانه شد. سری زمانی متوسط سالانه پارامترهای دبی و بار رسوب به شرح شکل‌های ۲ و ۳ ارائه گردید.





شکل ۲: متوسط دبی سالانه رودخانه سیستان در دوره آماری ۱۳۴۹-۱۳۹۱



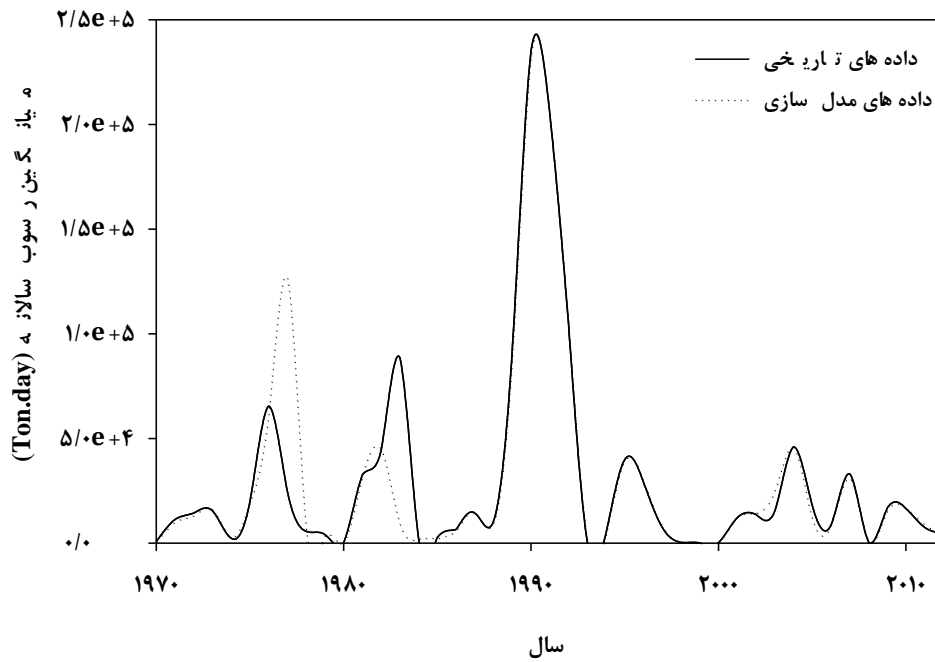
شکل ۳: متوسط بار رسوب رودخانه سیستان در دوره آماری ۱۳۴۹-۱۳۹۱

قبل از مدل‌سازی و بررسی مدل‌های تک‌متغیره و چندمتغیره سری زمانی خانواده آرما، روند سری زمانی، همگن بودن داده‌ها و تصادفی بودن داده‌ها به ترتیب با استفاده از آزمون‌های من - کندال، ویلکاکسون و والد - وولفویتس مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که داده‌های مورد استفاده همگن بوده و فاقد روند در سطح اطمینان ۵ درصد می‌باشند. جهت اطلاع بیشتر در مورد این آزمون‌ها به خلیلی و همکاران (۲۰۱۴) مراجعه شود. هم‌چنین نتایج بررسی اولیه داده‌ها در مقیاس ۵ درصد نشان داد که داده‌های مورد استفاده در این سطح اطمینان تصادفی نیستند. با بررسی روابط نرمال‌ساز مشخص گردید که داده‌های متوسط

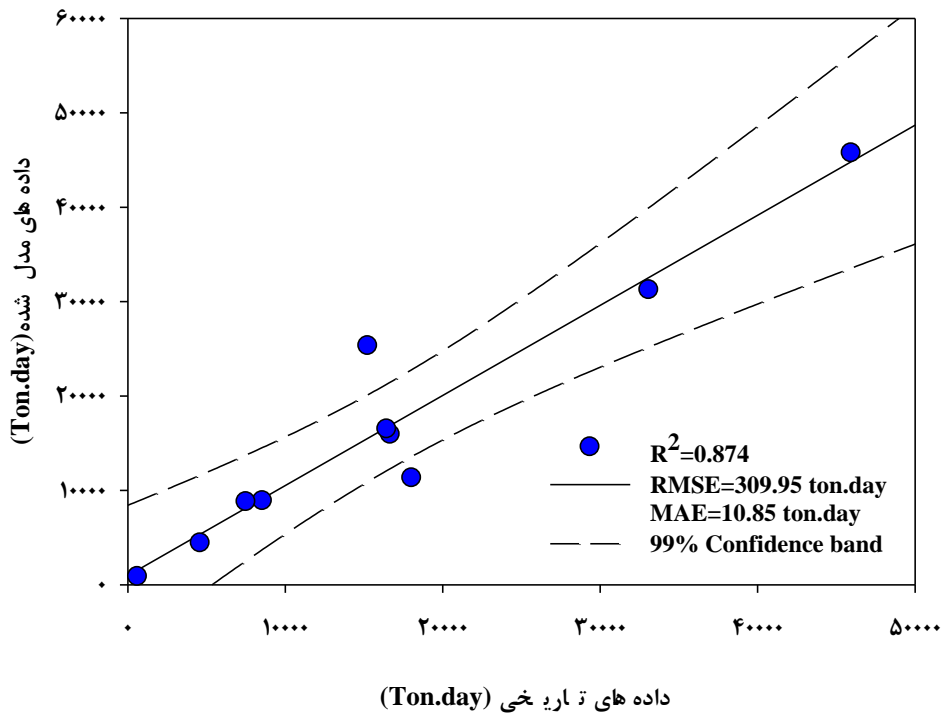
دبی سالانه و متوسط بار رسوب رودخانه سیستان با استفاده از تابع نرمال ساز  $Y=Ln(x+a)$  و به ترتیب با مقدار ضریب  $a$  برابر با  $-5/8927$  و  $810/649$  و با ضریب چولگی  $-0/014$  و  $-0/065$  به شکل مناسبی نرمال می‌شوند. نتایج بررسی اولیه داده‌ها به شرح جدول ۲ ارائه گردید. سپس داده‌های نرمال و استاندارد شده متوسط بار رسوب با استفاده از مدل‌های سری زمانی خانواده آرما برازش داده شد و به ازای معیار آکاییکه کمتر ( $AICC=39.930$ ) مدل  $ARMA(1,1)$  به عنوان مدل برتر شناخته شد. جهت بررسی صحت سنجی و اطمینان از دقت انتخاب مدل مذکور، علاوه بر در نظر گرفتن معیار آکاییکه، ضریب همبستگی، آماره جذر میانگین مربعات خطا و خطای مطلق بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی مدل مذکور استخراج گردید. هم‌چنین جهت واسنجی مدل، از داده‌های ۱۰ سال انتهایی مدل استفاده گردید. به طوری که ۱۰ سال داده‌های انتهایی دوره آماری حذف و با استفاده از مدل منتخب پیش‌بینی گردید. نتایج مدل‌سازی و صحت سنجی مدل  $ARMA(1,1)$  به شرح شکل‌های ۴ و ۵ ارائه گردید. با استفاده از مدل مذکور ۵۰ سری داده متناسب با سری زمانی متوسط بار رسوب رودخانه سیستان تولید و سری با همبستگی بالاتر و معیارهای خطای کمتر انتخاب گردید.

جدول ۲: نتایج اولیه بررسی سری زمانی در سطح اطمینان ۵ درصد

آزمون		داده‌های نرمال شده		داده‌های تاریخی	
		دبی (m3/s)	رسوب (ton.day)	دبی (m3/s)	رسوب (ton.day)
استقلال و ایستایی	Statistics	۱/۱۹۶	۱/۵۳۲	۳/۴۵۳	۵/۲۰۳
	p-Value	۰/۰۱۳	۰/۰۶۲	۰/۰۰۰	۱/۹۲۵
	نتیجه	ایستا	ایستا	ناایستا	ناایستا
روند	Statistics	۱/۱۴۰	۰/۰۰۳	۱/۱۴۱	۰/۰۰۳
	p-Value	۰/۲۵۳	۰/۹۹۰	۰/۲۵۴	۰/۹۹۰
	نتیجه	بدون روند	بدون روند	بدون روند	بدون روند
همگنی	Statistics	۰/۶۴۸	۰/۵۷۴	۰/۶۴۸	۰/۵۰۴
	p-Value	۰/۵۱۶۵	۰/۵۶۵	۰/۵۱۹	۰/۶۱۳
	نتیجه	همگن	همگن	همگن	همگن



شکل ۴: نتایج مدل‌سازی بار رسوب رودخانه سیستان در دوره آماری ۱۳۹۱-۱۳۴۹ با استفاده از مدل‌های تک‌متغیره



شکل ۵: نتایج بررسی و صحت‌سنجی مدل تک‌متغیره آرما با استفاده از داده‌های ۱۰ سال انتهایی مدل

با توجه به شکل مربوط به صحت‌سنجی مدل آرما (شکل ۵)، جهت بررسی دقت پیش‌بینی مدل، از ۱۰ سال انتهایی دوره آماری استفاده شد. به طوری که داده‌های تراز سطح آب ۱۰ سال انتهایی دوره آماری (۱۳۸۱-۱۳۹۱) در نظر گرفته نشد و مدل با ۳۳ سال داده‌های مشاهده‌ای اجرا و به مدل ۱۰ سال پیش‌بینی شد. نتایج حاصل به صورت شکل ۵ ارائه گردید. در این شکل همبستگی بین داده‌های مشاهده‌ای و پیش‌بینی شده ۱۰ سال انتهایی دوره آماری محاسبه گردیده است. نتایج نشان داد که در

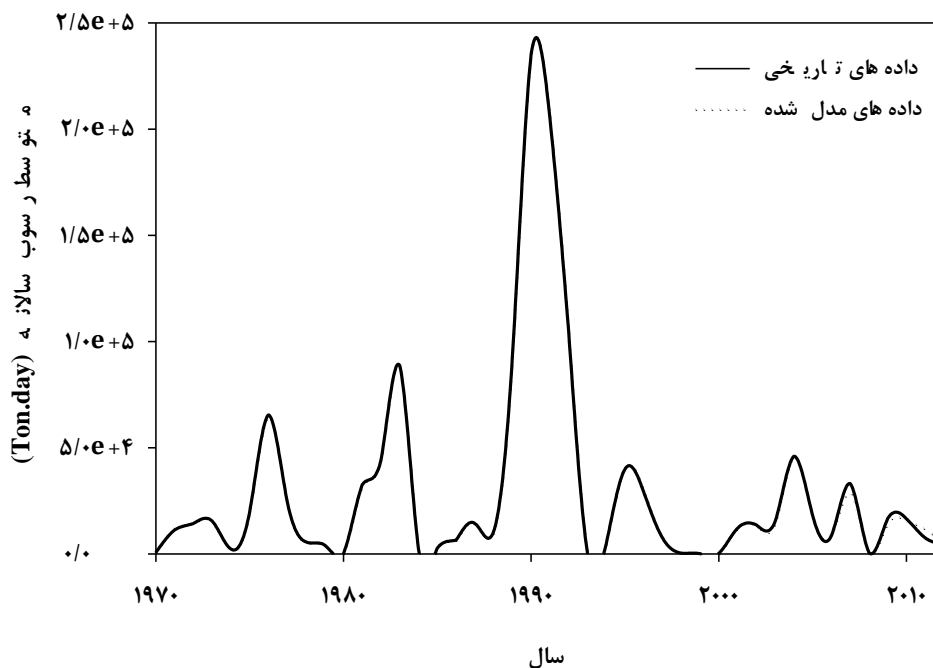
سطح اطمینان (باند اطمینان) ۹۹ درصد، مدل تک‌متغیره آرما نتایج نسبتاً خوبی را ارائه می‌کند. بعد از مدل‌سازی با استفاده از مدل‌های تک‌متغیره خانواده آرما، متوسط بار رسوب سالانه رودخانه سیستان با استفاده از مدل‌های چندمتغیره و با در نظر گرفتن داده‌های متوسط بار رسوب سالانه و متوسط دبی سالانه این رودخانه عنوان ورودی مدل، مدل‌سازی و پیش‌بینی گردید. با استفاده از داده‌های نرمال متوسط دبی سالانه رودخانه مذکور و داده‌های سری زمانی متوسط بار رسوب، مدل CARMA(1,0) با کمترین مقدار واریانس در بین سایر مدل‌ها، به عنوان مدل برتر در نظر گرفته شد. پارامترها و ضرایب باقی‌مانده مدل به صورت روابط ۱۸ و ۱۹، و رابطه مدل‌های CARMA(1,0) نیز به صورت رابطه ۲۰ ارائه گردید.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.351 & 0.691 \\ 0.691 & 1.531 \end{bmatrix} \quad (18)$$

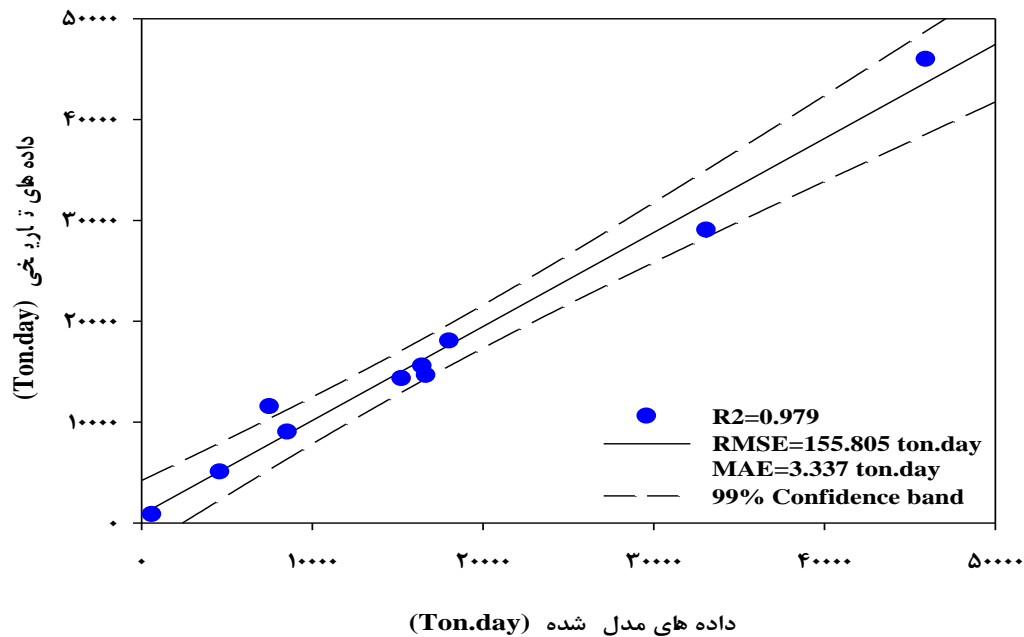
$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 0.620 & 0 \\ 1.048 & 0.395 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$Z_t^{(1)} = 1.251(Z_{t-1}^{(1)}) + 1.218(Z_{t-1}^{(2)}) + 1.133(\varepsilon_t^{(1)}) \quad (20)$$

که در آن،  $Z_{t-1}^{(i)} \rightarrow i = 1, 2$  به ترتیب داده‌های مشاهداتی یک دوره قبل متوسط بار رسوب سالانه و متوسط دبی جریان سالانه رودخانه سیستان می‌باشند. با استفاده از مدل منتخب، متوسط بار رسوب سالانه رودخانه سیستان در دوره آماری ۱۳۹۱-۱۳۴۹ مدل‌سازی گردید. نتایج مدل‌سازی و صحت‌سنجی متوسط بار رسوب سالانه رودخانه سیستان به شرح شکل ۶ ارائه گردید. همانند مدل‌های تک‌متغیره آرما، جهت بررسی صحت‌سنجی مدل چندمتغیره نیز از ۱۰ سال داده مشاهداتی انتهای دوره آماری استفاده شد و نتایج به صورت شکل ۷ ارائه گردید.



شکل ۶: نتایج مدل‌سازی متوسط بار رسوب سالانه رودخانه سیستان با استفاده از مدل‌های چند متغیره خانواده آرما

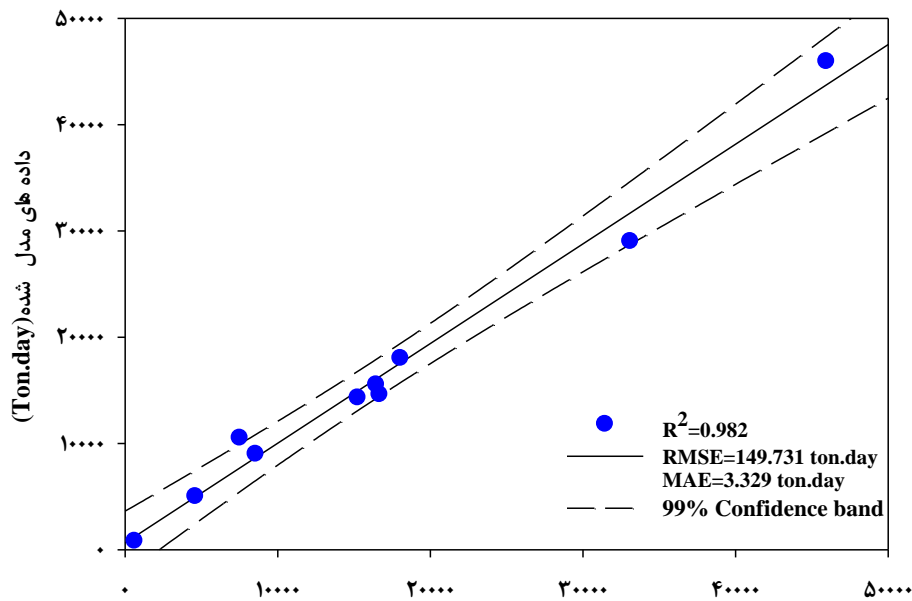


شکل ۷: نتایج صحت سنجی مدل چند متغیره آرما

نتایج بررسی همبستگی بین داده‌های مشاهداتی و محاسباتی حاصل از مدل چندمتغیره خانواده آرما نشان داد که تمام نقاط برآورد شده در حدود باندهای اطمینان ۹۹ درصد قرار دارد. بعد از بررسی دو مدل ARMA و CARMA، هر دو مدل مذکور با استفاده از مدل‌های غیرخطی خانواده ARCH تلفیق گردید. نتایج بررسی و صحت‌سنجی هر چهار مدل مورد بررسی به شرح جدول ۳ ارائه گردید.

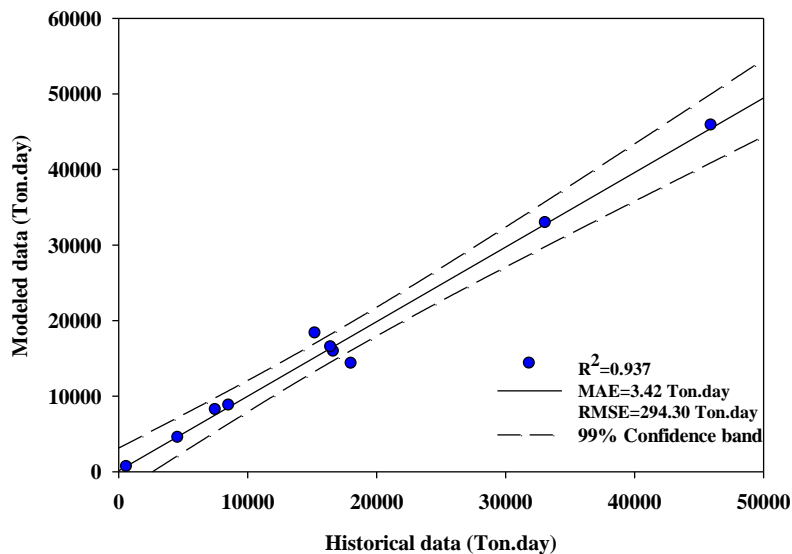
جدول ۳- نتایج حاصل از بررسی و صحت‌سنجی دو مدل استفاده شده در پیش‌بینی متوسط بار رسوب سالانه (تن در روز)

مدل مورد بررسی	مرحله بررسی	جذر میانگین مربعات خطا	خطای مطلق	همبستگی
ARMA(1,1)	آموزش	۱۹۰/۷۵۸	۷/۰۲۷	۰/۹۱۱
	صحت‌سنجی	۳۰۹/۹۵۱	۱۰/۸۵۵	۰/۸۴۷
ARMA-ARCH	آموزش	۱۱۷/۹۸۸	۲/۱۹۵	۰/۹۵۵
	صحت‌سنجی	۲۹۴/۳۰۹	۳/۴۲۴	۰/۹۳۷
CARMA(1,0)	آموزش	۱۴۸/۷۲۰	۲/۰۶۷	۰/۹۹۹
	صحت‌سنجی	۱۵/۸۰۵	۳/۳۳۷	۰/۹۷۹
CARMA-ARCH	آموزش	۱۴۳/۳۳۲	۲/۰۶۱	۰/۹۹۹
	صحت‌سنجی	۱۴۹/۷۳۱	۳/۳۲۹	۰/۹۸۲



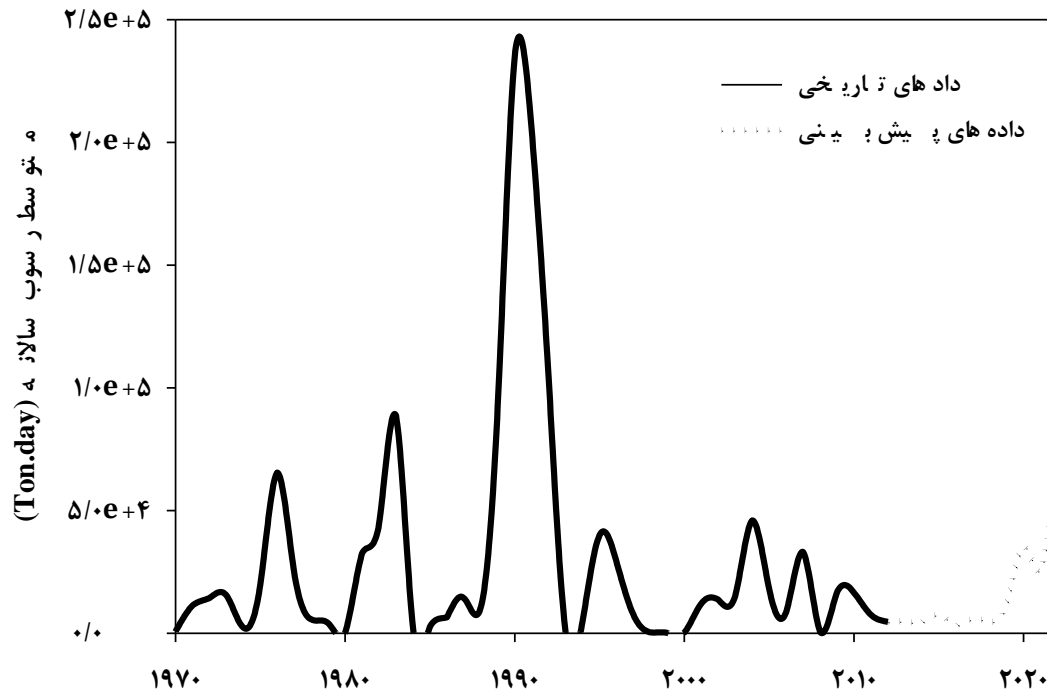
داده های تاریخی، (Ton.day)

شکل ۸: نتایج بررسی و صحت سنجی مدل چند متغیره تلفیقی آرما با استفاده از داده‌های ۱۰ سال انتهای مدل



شکل ۹: نتایج بررسی و صحت سنجی مدل تک متغیره تلفیقی آرما با استفاده از داده‌های ۱۰ سال انتهای مدل

نتایج همبستگی داده‌های مشاهداتی و مدل شده توسط مدل چندمتغیره خانواده آرما نشان از همبستگی بهتر مدل نسبت به مدل تک متغیره دارد. هم‌چنین با توجه به خطوط اطمینان ۹۹ درصد مشخص است که دقت مدل مذکور نسبت به مدل تک متغیره بسیار بالاتر است. با بررسی نتایج حاصل از چهار مدل مورد بررسی مشخص گردید که مدل چند متغیره تلفیقی با در نظر گرفتن پارامتر موثر بر میزان بار رسوب از دقت بالاتری برخوردار است. با استفاده از مدل برتر، میزان متوسط بار رسوب رودخانه مورد مطالعه به مدت ۱۰ سال پیش‌بینی گردید. نتایج پیش‌بینی متوسط بار رسوب سالانه رودخانه سیستان با استفاده از مدل CARMA-ARCH به شرح شکل ۸ ارائه گردید.



شکل ۱۰: نتایج پیش‌بینی متوسط بار رسوب سالانه رودخانه سیستان با استفاده از مدل چند متغیره تلفیقی آرما در دوره آماری

۲۰۲۲-۲۰۱۲

همان‌طور که از شکل ۱۰ مشهود است، روند پیش‌بینی متوسط بار رسوب سالانه رودخانه مورد مطالعه در طی دوره آماری به صورت افزایشی می‌باشد و به طور کلی در دوره آماری پیش‌بینی، متوسط بار رسوب سالانه نسبت به دوره آماری مشاهده‌ای کمتر است. این امر می‌تواند به دلیل کاهش دبی در سال‌های اخیر در این رودخانه باشد. یکی از ضعف‌های مدل‌های خانواده آرما بخش تصادفی (باقیمانده) این مدل‌ها است که با هر بار اجرای این مدل‌ها، نتایج مدل‌سازی و پیش‌بینی‌ها تغییر می‌کند که تا کنون به این موضوع زیاد توجه نشده است. جهت از بین بردن این ضعف می‌توان از مدل‌های غیرخطی سری‌های زمانی، مانند مدل‌های خانواده ARCH استفاده کرد. با اضافه کردن مدل‌های غیرخطی به مدل‌های خطی سری زمانی می‌توان بخش تصادفی مدل‌های خطی را تا حدودی از بین برد و قطعیت مدل را افزایش داد. با ترکیب دو مدل خطی و غیرخطی، علاوه بر بالا بردن قطعیت مدل، می‌توان سری تصادفی متناسب با داده‌ها و از جنس داده‌ها تولید کرد که این کار باعث کاهش ریسک می‌شود. نتایج نشان‌دهنده دقت بالای دو مدل تلفیقی نسبت به مدل‌های مشابه در بین خانواده آرما بود که این موضوع با تحقیقات تسفای<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۰۶) در مدل‌سازی دبی فصلی جریان رودخانه فریسر بریتانیا مطابقت دارد. دو مدل تلفیقی نتایج تقریباً یکسان ارائه کرد. ولی آنچه به عنوان نتیجه‌گیری کلی بدست آمد این بود که با تلفیق مدل‌های خطی و غیرخطی، دقت مدل‌سازی‌های مدل‌های خانواده آرما افزایش می‌یابد. هم‌چنین نتایج نشان داد که مدل‌های تلفیقی، نقاط اوج را به خوبی مدل می‌کنند. هم‌چنین مدل‌سازی فرآیندهای هیدرولوژیکی متأثر از پارامترهای مختلف موجود در منطقه مورد مطالعه است. به همین دلیل با دخالت پارامترهای مرتبط با داده‌های مورد استفاده در مدل‌سازی، تا حد زیادی می‌توان دقت مدل‌سازی و تحلیل را افزایش داد. انتخاب پارامترهای موثر بر پارامتر دبی - رسوب رودخانه و دخالت آن‌ها در مدل‌سازی نتایج خوبی ارائه کرد. با

<sup>۱</sup> Tesfaye

تاثیر پذیری این پارامتر در مدل‌سازی میزان دبی - رسوب رودخانه و با در نظر گرفتن وزن برای هر پارامتر توسط مدل، می‌توان نسبت تاثیر پذیری هر پارامتر را بر میزان دبی رسوب جریان شناسایی کرد. نتایج نشان داد که مدل‌های چندمتغیره در برابر مدل‌های تک متغیره از دقت بالاتری برخوردارند که این موضوع با نتایج تحقیق کاماچو و همکاران (۱۹۸۵) همخوانی دارد. هم‌چنین نتایج نشان داد که از بین دو مدل تلفیقی و چند متغیره، مدل تلفیقی چند متغیره برازش بهتر و خطای کمتری نسبت به مدل چند متغیره دارد گرچه دقت مدل‌های چندمتغیره هم قابل قبول است. نتایج نشان داد که مدل کارما با توجه به شرایط موجود بودن داده می‌تواند بهترین مدل برای جایگزینی مدل آرما باشد. همان‌طور که کاماچو (۱۹۸۴) و مک‌لئود و هیپل<sup>۱</sup> (۱۹۷۸) نشان دادند، با توجه به گسترش تکنیک‌های شبیه‌سازی، مدل کارما پوشش مناسبی برای مدل‌های آرما خواهد بود.

#### ۴- بحث و نتیجه‌گیری

مدل‌سازی فرآیندهای هیدرولوژیکی متأثر از پارامترهای مختلف موجود در منطقه مورد مطالعه است. به همین دلیل با دخالت پارامترهای مرتبط با داده‌های مورد استفاده در مدل‌سازی، تا حد زیادی می‌توان دقت مدل‌سازی و تحلیل را افزایش داد. در این مطالعه با استفاده از داده‌های متوسط بار رسوب سالانه و داده‌های متوسط دبی سالانه رودخانه سیستان در محل ایستگاه کهک و در دوره آماری ۱۳۹۱-۱۳۴۹، اقدام به مدل‌سازی و پیش‌بینی بار رسوب در مقیاس سالانه شد. در این راستا، از دو مدل تک‌متغیره آرما (داده‌های متوسط بار رسوب سالانه به عنوان ورودی) و دو مدل چندمتغیره کارما (دبی متوسط سالانه رودخانه مذکور و متوسط بار رسوب سالانه، به عنوان ورودی) استفاده شد. بعد از نرمال‌سازی و بررسی اولیه داده‌ها، متوسط بار رسوب سالانه در دو مرحله مدل‌سازی شد. در نوبت اول، متوسط بار رسوب سالانه با استفاده از مدل‌های تک‌متغیره خانواده آرما مورد بررسی قرار گرفت و به ازای معیار آکاییکه کمتر، مدل  $ARMA(1,1)$  به عنوان مدل برتر انتخاب شد. با استفاده از داده‌های ۱۰ سال انتهای دوره آماری، دقت مدل‌سازی مدل منتخب مورد ارزیابی قرار گرفت. داده‌های ۱۰ سال انتهای دوره آماری حذف گردید و سپس با استفاده از مدل  $ARMA(1,1)$  داده‌های ۱۰ سال حذف شده، پیش‌بینی شد. با استفاده از نتایج برازش داده‌های محاسباتی و مشاهداتی، ضریب همبستگی  $0/847$  در مرحله آموزش و  $0/911$  در مرحله واسنجی برای مدل  $ARMA(1,1)$  حاصل شد. سپس مدل مورد بررسی ( $ARMA(1,1)$ ) با مدل‌های غیرخطی خانواده ARCH تلفیق و مدل  $ARMA-ARCH$  جهت مدل‌سازی میزان آورد رسوب رودخانه سیستان حاصل گردید. نتایج نشان داد که با دو مدل  $ARMA$  و  $ARCH$  دقت و میزان خطای مدل‌سازی نسبت به مدل تک‌متغیره  $ARMA$  در مرحله آموزش به ترتیب حدود ۵ و ۳۸ درصد بهبود یافت. در نوبت دوم، با استفاده از داده‌های متوسط بار رسوب سالانه و متوسط دبی سالانه رودخانه سیستان، متوسط بار رسوب سالانه، مدل‌سازی شد و مدل  $CARMA(1,0)$  به عنوان مدل منتخب ارائه گردید. نتایج بررسی صحت سنجی این مدل، ضریب همبستگی  $0/999$  در مرحله آموزش و  $0/979$  در مرحله واسنجی را برای داده‌های مشاهداتی و محاسباتی در بر داشت. سپس این مدل چندمتغیره نیز با مدل‌های غیرخطی خانواده ARCH تلفیق و مدل  $CARMA-ARCH$  حاصل گردید. نتایج نشان داد که با دو مدل  $CARMA$  و  $ARCH$  دقت مدل در مرحله آموزش ثابت ولی میزان خطای مدل‌سازی نسبت به مدل چند متغیره  $CARMA$  در مرحله آموزش حدود ۴ درصد بهبود یافت. نتایج صحت‌سنجی هر چهار مدل مورد بررسی نشان داد که مدل  $CARMA-ARCH$ ، مدل برتر جهت بررسی و مدل‌سازی متوسط بار رسوب سالانه است. علاوه بر در نظر گرفتن ضریب همبستگی، دو معیار جذر میانگین مربعات خطا و خطای مطلق نیز جهت بررسی نتایج مدل‌سازی و اطمینان از انتخاب مدل برتر برای هر چهار مدل

<sup>1</sup> McLeod & Hipel



محاسبه گردید. معیارهای خطا نیز چهار مدل CARMA، CARMA-ARCH، ARMA-ARCH و ARMA را به ترتیب بهترین مدل معرفی کردند. نتایج مدل سازی متوسط بار رسوب سالانه با استفاده از مدل همزمان تلفیقی آرما نشان داد که مدل مذکور به دلیل دخالت دادن دبی جریان ورودی و در نظر گرفتن وزن برای آن‌ها، نتایج بهتری را ارائه کرده است.

### فهرست منابع

۱. حسن پور، ف.، طباطبایی، س. م. ۱۳۸۸. لایروبی موضعی روشی کم هزینه برای حفظ حیات رودخانه سیستان. اولین همایش ملی اصلاح الگوی مصرف با محوریت منابع طبیعی، کشاورزی و دامپزشکی. ۱۲ صفحه
۲. خزایی پول، ا. طالبی، ع. ۱۳۹۲. بررسی امکان پیش‌بینی رسوبات معلق با استفاده از ترکیب منحنی سنجه رسوب و شبکه‌ی عصبی مصنوعی (مطالعه موردی: رودخانه قطورچای، پل یزدکان). نشریه فرسایش و رسوب، ۹:۸۲-۷۳.
۳. دستورانی، م. ت.، عظیمی فشمی، خ.، طالبی، ع.، اختصاصی، م. ر. ۱۳۹۱. برآورد رسوبات معلق با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی (مطالعه موردی: حوزه آبخیز جامیشان استان کرمانشاه). پژوهشنامه مدیریت حوزه آبخیز. ۳:۶۱-۷۴.
۴. راحت طلب نخجیری، ح.، گلمایی، آ.، یوسفی، و.، اکتایی، ح. ۱۳۸۳. سنجش و گزینش مناسبترین روشهای برآورد بار کف رودخانه‌ها (مطالعه موردی: رودخانه زرین گل-استان گلستان). علوم کشاورزی و منابع طبیعی. ۳:۱۱، ۱۳۳ تا ۱۴۰
۵. منتظر، غ.، مشفق، م.، قدسیان، م. ۱۳۹۱. تخمین رسوب رودخانه نکا با استفاده از شبکه عصبی مصنوعی. ششمین سمینار بین‌المللی مهندسی رودخانه. بهمن ماه. اهواز.
۶. مهندسین مشاور تهران سهاب. ۱۳۶۹. گزارش ویژه هیدرولوژی. طراحی بهره برداری بهینه از رودخانه هیرمند، سازمتن آب منطقه‌ای استان سیستان و بلوچستان.
۷. ولی، ع.، رامشت، م. ح.، سیف، ع.، قضاوی، ر. ۱۳۹۰. مقایسه کارایی مدل‌های شبکه‌های عصبی مصنوعی و رگرسیون برای پیش‌بینی بار رسوب جریان مطالعه موردی حوزه آبخیز سمندگان. مجله جغرافیا و برنامه ریزی محیطی، ۲۲:۴۴، ۳۴-۱۹.
8. Bhattacharya, B., Price, R. K., & Solomatine, D. P. 2007. Machine learning approach to modeling sediment transport. *Journal of Hydraulic Engineering*, 133(4), 440-450.
9. Box, G. E., & Jenkins, G. M. 1976. *Time series analysis, Forecasting and Control*, San Francisco: Holden-Day. 537 pp.
10. Camacho, F. 1984. *Contemporaneous ARMA Modeling with Applications*. Ph.D. Dissertation, Department of Statistical and Actuarial Sciences. The University of Western Ontario, London, Ontario, Canada. 211 pp.
11. Camacho, F., McLeod, A. I., & Hipel, K. W. 1985. Contemporaneous autoregressive moving average- (CARMA) modeling in water resources. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 21(4), 709-720.
12. Cigizoglu, H. K., & Alp, M. 2006. Generalized regression neural network in modeling river sediment yield. *Advances in Engineering Software*, 37(2), 63-68.
13. Engle, R.F. 1982. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflations. *Econometrica*, 50, 987-1007.
14. Fiering, M. B. 1964. Multivariate technique for synthetic hydrology. *Journal of the Hydraulics Division*, 90(5), 43-60.
15. Hikmat, K. C., & Murat, A. 2006. Generalized regression neural network in modeling river sediment yield. *Advances in Engineering Software*, 37, 63-68.
16. Hyuk Pak, J., Zhiqing, K., Hyuk Jae, K., & Jiin-Jen, L. 2009. Prediction debris Yield from burned watershed: comparison of statistical and artificial neural network models. *Journal of American Water resources association*, 45(1): 64-82.
17. Khalili, K., Nazeri Tahrudi, M., Abbaszadeh Afshar, M., & Nazeri Tahrudi, Z. 2014. Modeling Monthly Mean Air Temperature Using SAMS2007 (Case Study: Urmia synoptic station). *Journal of Middle East Applied Science and Technology*, 15, 578-583.

18. Matalas, N. C. 1967. Mathematical assessment of synthetic hydrology. *Water Resources Research*, 3(4), 937-945.
19. Matalas, N. C., & Wallis, J. R. 1971. Statistical properties of multivariate fractional noise process. *Water Resources Research*, 7, 1460-1468.
20. McLeod, A. I., & Hipel, K. W. 1978. Simulation procedures for Box-Jenkins models. *Water Resources Research*, 14(5), 969-975.
21. Mejia, J. M. 1971. On the generation of multivariate sequences exhibiting the Hurst phenomenon and some state university. Fort Collins, Colorado.
22. Melesse, A. M., Ahmad, S., McClain, M. E., Wang, X., & Lim, Y. H. 2011. Suspended sediment load prediction of river systems: An artificial neural network approach. *Agricultural Water Management*, 98(5), 855-866.
23. O'Connell, P.E. 1974. Stochastic modeling of long-term persistence in streamflow sequences. Ph.D, Thesis. Imperial College, University of London. 236 pp.
24. Rajaei, T., Nourani, V., Zounemat-Kermani, M., & Kisi, O. 2010. River suspended sediment load prediction: Application of ANN and wavelet conjunction model. *Journal of Hydrologic Engineering*, 16(8), 613-627.
25. Salas, J. D., Delleur, J. W., Yevjevich, V., & Lane, W. L. 1980. Applied Modeling of hydrologic Time Series. Water resource Publications, P. O. Box 2841. Littleton, Colorado .80161, U.S.A. 484 Papers.
26. Tesfaye, Y. G., Meerschaert, M. M., & Anderson, P. L. 2006. Identification of periodic autoregressive moving average models and their application to the modeling of river flows. *Water Resources Research*, 42(1), Doi: 10.1029/2004WR003772.
27. Thomas, H. A., & Fiering, M. B. 1962. Mathematical synthesis of stream flow sequences for the analysis of river basins by simulation. *Design of water resource systems*, 459-493.
28. Valencia, D., & Schaake, J. C. 1973. Disaggregation processes in stochastic hydrology. *Water Resour. Res*, 9(3), 580-585.
29. Valipour, M. 2015. Long-term runoff study using SARIMA and ARIMA models in the United States. *Meteorological Applications*, 22(3), 592-598
30. Yevjevich, V. 1967. An objective approach to definitions and investigations of continental hydrologic droughts (p. 23). Fort Collins: Colorado State University. 23, Colorado State University, Fort Collins, USA.
31. Young, G. K., & Pisano, W. C. 1968. Operational hydrology using residuals. *Journal of the Hydraulics Division*, 94(4), 909-924.

---

## Evaluation of the Univariate, Multivariate and Combined Time Series Models in order to Prediction and Estimation the Mean Annual Sediment Load (Case Study: Sistan River)

Nazeri Tahroudi, M.<sup>1\*</sup>, Khalili, K.<sup>2</sup> Abbaszadeh Afshar, M.<sup>3</sup> Nazeri Tahroudi, Z.<sup>4</sup> Ahmadi, F.<sup>5</sup> Motallebian, M.<sup>6</sup>

<sup>1.</sup> *Water Engineering Department, Faculty of Agricultural, Birjand University*

<sup>2, 3 and 6.</sup> *Water Engineering Department, Faculty of Agricultural, Urmia University*

<sup>4.</sup> *Rangeland & Watershed Management Department, Faculty of Agricultural & Natural Resources, Kashan University*

<sup>5.</sup> *Hydrology and Water Resources Department, Faculty Water Sciences, Shahid Chamran Ahwaz University*

---

### Abstract

The Erosion, sediment transport and sediment estimation problems in the stream flow are the most complicated and important subjects in the river engineering studies. It is important to model and predict these parameters correctly in order to determine effective life of the hydraulic structures and drainage networks. In fact, by involving effective factors such as river discharge in the multivariate models, results of modeling and prediction sediment-discharge models will be improved. In this study using the current time series model (ARMA), multivariate model (CARMA) and combined models (ARMA-ARCH and CARMA-ARCH), the mean annual sediment load (Ton/day) and mean annual flow discharge (m<sup>3</sup>/s) time series of Sistan River in the period of 42 years (1970-2012) estimated. In order to use multivariate models, two time series of river discharge and mean sediment load have been used. The results showed that with involving the mean annual flow discharge in multivariate model, the accuracy of in the validation stage increased almost 8 percentages and error of model decreased about 50 percentages compared with the univariate models. Also the results indicated that among of four selected models, the combined multivariate model showed the lowest error. Also using fitted multivariate model, mean annual sediment load of Sistan river predicted using mean annual flow, until the end of year 2022. The results of forecasted data showed that the mean annual sediment load will be decreased compared with the previous years.

---

### Article History:

*Received:*

*August 28, 2015*

*Revised:*

*January 29, 2016*

*Accepted:*

*October 14, 2016*

---

### Keywords:

*ARCH*

*Conditional*

*Variance*

*Continues ARMA*

*Flow discharge*

*Prediction*

---

\* Corresponding Author Email: [m\\_nazeri2007@yahoo.com](mailto:m_nazeri2007@yahoo.com)