

مدل‌سازی فرآیند بارش - رواناب با استفاده از تابع انتقال سری‌های زمانی

نادر جندقی*: استادیار گروه مرتع و آبخیزداری، دانشگاه گنبد کاووس

مجید عظیم‌محسنی: استادیار گروه آمار، دانشگاه گلستان

مجتبی قره‌محمودلو: استادیار گروه مرتع و آبخیزداری، دانشگاه گنبد کاووس

نوع مقاله: پژوهشی

تاریخچه‌ی مقاله (تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۲/۱۵ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۴/۶)

DOR: 20.1001.1.22517812.1400.11.2.5.5

چکیده

امروزه پیش‌بینی و مدل‌سازی فرآیند بارش و رواناب به منظور برنامه‌ریزی و مدیریت منابع آب بسیار ضروری است. در این تحقیق برای مدل‌سازی فرآیند بارش - رواناب، از داده‌های بارندگی و دبی متوسط ماهانه در حوضه آبخیز رامیان و گالیکش در یک دوره آماری ۳۶ ساله (۱۳۹۶-۱۳۶۰) استفاده شد. بررسی همگنی سری داده‌ها نیز با استفاده از آزمون چاو صورت گرفت. بررسی وجود روند در سری‌های زمانی، بر اساس نمودار میانگین متحرک و وجود روند فصلی، بر اساس نمودار خودهمبستگی انجام شد. برای بررسی نحوه‌ی ارتباط بین سری‌های زمانی بارش و رواناب، از نمودار همبستگی متقابل استفاده شد. سپس از دو مدل SARIMA و تابع انتقال نیز برای پیش‌بینی مقادیر رواناب ماهانه استفاده شد. نتایج نشان داد که با توجه به نمودارهای خودهمبستگی‌نگار، در همه‌ی سری‌های زمانی مورد استفاده، روند فصلی با دوره تناوب ۱۲ ماهه وجود دارد. برای برازش مدل سری زمانی به داده‌های دبی، از تبدیل $\log(1+Y_t)$ استفاده شد. سپس با استفاده از دو روش تابع انتقال و SARIMA، مدل‌سازی و پیش‌بینی مقادیر دبی‌های متوسط ماهانه برای ۱۲ ماه آینده با کمک نرم‌افزارهای Minitab و SAS انجام شد. در مرحله‌ی بعد، اعتبارسنجی مقادیر پیش‌بینی شده و مقادیر برازش شده‌ی دبی‌های ماهانه‌ی دو مدل با استفاده از شاخص‌های RMSE، MAD، MAPE و E ارزیابی شد. نتایج نشان داد که از دو دیدگاه پیش‌بینی و برازش مدل، تابع انتقال در هر دو حوضه آبخیز گالیکش و رامیان نسبت به مدل SARIMA دقت بالاتری داشت. مدل تابع انتقال در هر دو حوضه، دقت پیش‌بینی را نسبت به مدل SARIMA تا دو برابر افزایش داده‌است.

واژگان کلیدی: پیش‌بینی، مدل باکس و جنکینز، پیش‌صافی، همبستگی متقابل، گرگان‌رود.

* نویسنده‌ی مسئول: Nader.jandaghi@gmail.com

۱- مقدمه

آب برای هر پدیده‌ی زیستی و انسانی، منبعی حیاتی است و یکی از منابع پایه‌ی مهم و اساسی در توسعه‌ی کشورها به شمار می‌رود (Yousefi and Shakiba, 2015). کشور ایران به علت قرار گرفتن در منطقه‌ی خشک و نیمه‌خشک خاورمیانه (۸۵٪ واقع در مناطق خشک و نیمه‌خشک)، از نظر منابع در وضعیتی نامطلوبی آب نسبت به متوسط دنیا قرار دارد (Van Loon and Laaha, 2015).

به‌طور معمول برای مدیریت منابع آب کشور و استفاده‌ی بهینه از آن، در مواردی برای تصمیم‌گیری در راستای اهداف سازمان، نیاز است که به پیش‌بینی و برآورد برخی از پارامترها از جمله جریان رودخانه‌ها پرداخته شود. برای اجرای این پیش‌بینی‌ها - که ممکن است ساده یا حتی پیچیده باشد - از مدل‌های آماری استفاده می‌شود. بسته به نوع هدف، مطالعه‌ی این پیش‌بینی ممکن است از نظر زمانی به صورت کوتاه‌مدت یا بلندمدت انجام شود. با در نظر گرفتن این واقعیت که مدل‌های پیش‌بینی‌کننده نمی‌توانند به‌طور کامل با داده‌های مشاهداتی انطباق داشته باشند، سعی می‌شود تا با بررسی خطای پیش‌بینی، مدل مناسب انتخاب شود. امروزه تهیه‌ی مدل‌های دقیق و کارآمد برای پیش‌بینی و برآورد جریان رودخانه‌ها، یکی از چالش‌های اساسی در مدیریت منابع آب است.

به‌طور کلی، الگوی بارش و جریان رودخانه‌ای از یک دینامیک پیچیده‌ی غیرخطی پیروی می‌کند که پیش‌بینی آنها به منظور طراحی و برنامه‌ریزی منابع آب بسیار ضروری است (Kisi, 2008). چنین پیش‌بینی‌هایی از جریان رودخانه با فراهم کردن هشدارهای لازم در مورد وقوع سیل و کمک به تنظیم جریان خروجی منابع آب در هنگام پایین بودن تراز جریان رودخانه، به مدیریت منابع آب کمک می‌کند (Akhtar et al, 2009 & Besaw et al, 2010). با توجه به اهمیت پیش‌بینی جریان آب در رودخانه‌ها که از دیدگاه‌های مختلف حائز اهمیت است، یافتن روش و مدلی مناسب در این خصوص ضروری به نظر می‌رسد (Farzin et al, 2020).

در پژوهشی، Eslahi (۲۰۰۳) برای پیش‌بینی بارندگی ماهانه، فصلی و سالانه‌ی تبریز از مدل توابع انتقال استفاده کرد. در این مطالعه سری ورودی شامل پارامترهای دما، رطوبت، و فشار و سری خروجی بارش انتخاب شد. نتایج برازش مدل نشان داد که تابع انتقال، دقت قابل‌توجهی در پیش‌بینی بارش دارد. Kamali و همکاران (۲۰۰۷) در مطالعه‌ی خود با استفاده از آمار ایستگاه هیدرومتری پل شالو در یک دوره آماری ۴۷ ساله و با استفاده از سری‌های زمانی، مدل جریان ماهانه‌ی ورودی به مخزن سد را تهیه کردند. مقایسه‌ی نتایج این مدل با داده‌های اندازه‌گیری شده، بیانگر کارایی قابل قبول مدل برازش شده است. در تحقیقی دیگر، Jahanbakhshasl و همکاران (۲۰۰۶) به بررسی روند نوسانات اقلیمی ایستگاه تبریز بر مبنای دو پارامتر اقلیمی دما و بارش پرداختند و از تحلیل سری زمانی و تابع انتقال خطی استفاده کردند. نتایج این تحقیق نشان داد که مدل تابع انتقال در مقایسه با روش سری‌های زمانی، دقت و کارایی بیشتری دارد. Nakhaee (۲۰۱۰) نیز برای پیش‌بینی دبی رودخانه‌ی سومبار، از مدل فصلی باکس و جنکینز استفاده کرد. در این تحقیق برای انتخاب بهترین مدل پیش‌بینی، از معیار ارزیابی آزمون و خطا باقی‌مانده استفاده و $(2,1,1)_{12} \times (1,1,0)$ به عنوان بهترین مدل در نظر گرفته شد. در پژوهشی دیگر، Khazaie و همکاران (۲۰۱۱) برای مدل‌سازی تغییرات زمانی و مکانی رسوب معلق در رودخانه‌ی گرگان‌رود، از مدل

پیشرفته‌ی سری زمانی تابع انتقال و مدل رگرسیون استفاده کردند. نتایج نشان داد که مدل تابع انتقال، در پیش‌بینی مدل سنجه رسوب دقت بسیار زیادی دارد. Malekinezhad و Porshaiani (۲۰۱۳) برای پیش‌بینی تغییرات سطح آب زیرزمینی در دشت مرو دشت، از مدل سری زمانی تجمعی و شبکه عصبی مصنوعی استفاده کردند. نتایج بررسی حالت‌های مختلف مدل سری‌های زمانی نشان داد که مدل آریما (1,1,0) بهترین برآزش را با داده‌ها داشته‌است. Marofi و همکاران (۲۰۱۵) نیز به منظور برآورد متوسط دمای ماهانه در یک دوره آماری ۲۸ ساله، از مدل‌های سری زمانی خانواده‌ی آریما استفاده کردند. نتایج نشان داد که مدل‌های غیرفصلی آریما از قابلیت تعیین روند پارامتر دما در گستره‌ی ایران برخوردار است و به کمک آنها می‌توان پارامتر دمای ماهانه را پیش‌بینی کرد. همچنین Afruzi و Zare Abyaneh (۲۰۱۷) با استفاده از تکنیک سری زمانی، به پیش‌بینی کوتاه‌مدت تراز آب زیرزمینی در دشت‌های همدان پرداختند. نتایج نشان داد که در بین دشت‌های مورد مطالعه، کمترین ضریب همبستگی پیرسون ۰/۹۳ و بیشترین جذر میانگین مربع خطا ۰/۷۳ متر به دشت همدان - بهار اختصاص داشت. در پژوهشی دیگر، Jandaghi و Azim Mohseni (۲۰۲۱) برای مدل‌سازی و پیش‌بینی تراز آب زیرزمینی در استان گلستان، از تحلیل سری زمانی در یک دوره آماری ۳۳ ساله استفاده کردند. نتایج نشان داد که تراز آب زیرزمینی پیش‌بینی شده توسط مدل، در مقایسه با داده‌های مشاهداتی دقت مناسبی داشته‌است.

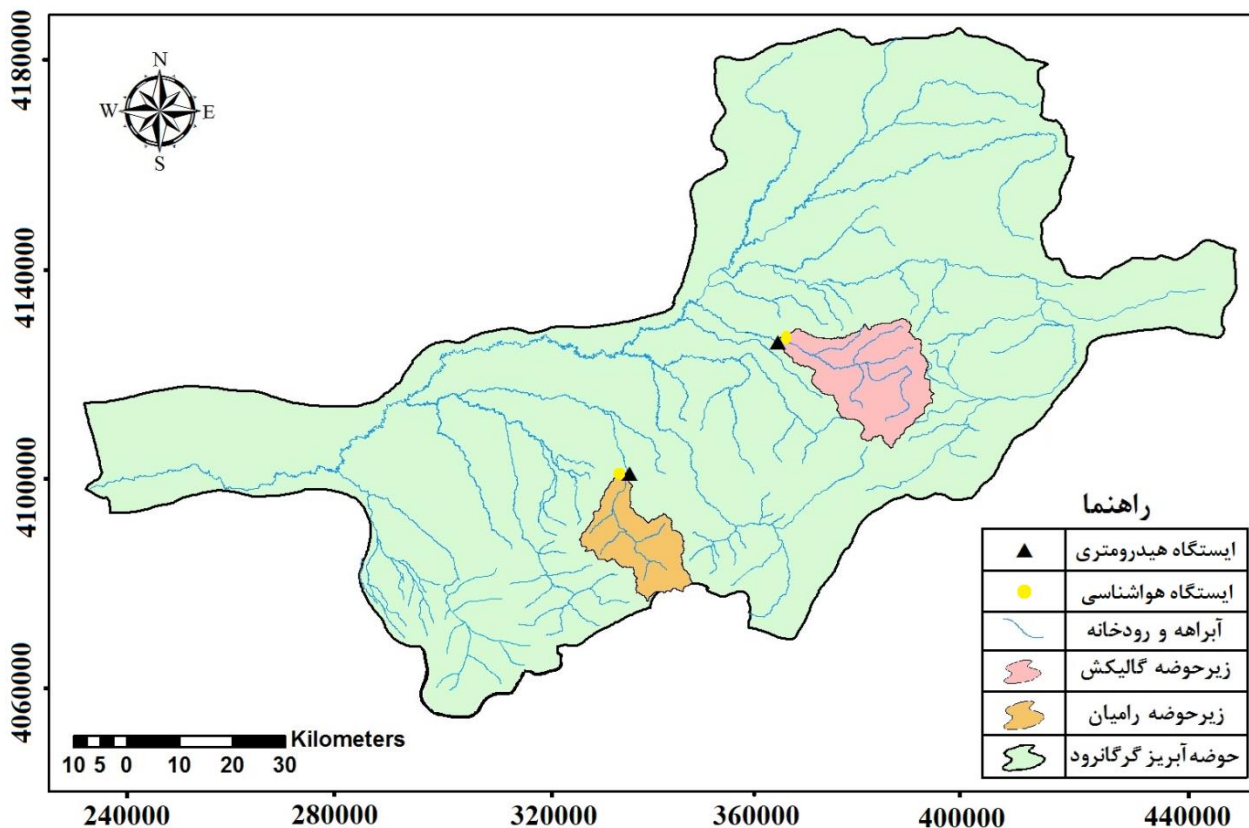
در تحقیقی، Meshkani و Meshkani (۱۹۷۷) برای بررسی تغییرات سطح آب دریای خزر با استفاده از داده‌های بارش و دما، از مدل تابع انتقال استفاده کردند. نتایج نشان داد که استفاده از مدل تابع انتقال می‌تواند نوسانات سطح آب دریای خزر را برای آینده با دقت بالایی پیش‌بینی کند. Melesse و همکاران (۲۰۱۱) نیز با استفاده از روش‌های مختلف آماری از جمله سری زمانی، به پیش‌بینی غلظت رسوب معلق در چند رودخانه در کشور آمریکا پرداختند و با استفاده از معیارهای مختلف ارزیابی مدل (RMSE, MAPE, E)، اعتبارسنجی مدل را ارزیابی کردند. نتایج نشان داد که استفاده از سری‌های زمانی برای پیش‌بینی غلظت رسوبات معلق، عملکرد مناسب و دقت بالایی دارد. همچنین Mohanasundaram و همکاران (۲۰۱۷) برای مدل‌سازی نوسانات آب زیرزمینی بر اساس داده‌های بارش، از مدل تابع انتقال با رویکرد برآورد وزنی پارامترها استفاده و عملکرد این مدل را در ۲۶ چاه در جنوب کشور هند ارزیابی کردند. نتایج نشان داد که استفاده از روش وزنی برای برآزش مدل تابع انتقال، دقت مدل را برای سناریوهای مختلف افزایش و کاهش سطح آب نسبت به مدل‌های سنتی تابع انتقال به‌طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌دهد. Willem و همکاران (۲۰۱۹) به مدل‌سازی خودکار سری‌های زمانی برای پیژومترها در کشور هلند پرداختند و برای استخراج توابع پاسخ تکانه‌ای در دامنه‌ی فرکانس مقادیر بارش و تبخیر برای هر پیژومتر، از مدل تابع انتقال برای سری‌های زمانی استفاده کردند. نتایج نشان داد که الگوهای فضایی ویژگی‌های توابع پاسخ تکانه‌ای، می‌تواند در تجزیه و تحلیل سیستم آب زیرزمینی مؤثر باشد. Michiel و همکاران (۲۰۲۰) برای مدل‌سازی دینامیک رطوبت خاک در شرق کشور هلند، از روش تابع انتقال و سنجش از دور استفاده کردند. نتایج این بررسی نشان داد که مدل‌سازی شرایط رطوبت خاک با استفاده از مدل تابع انتقال، زمانی دقیق است که از توابع نمایی برای تعریف توابع پاسخ تکانه استفاده شود. بر اساس مطالعات، Salem (۲۰۲۱) در پیش‌بینی و مدل‌سازی مقادیر بارش ماهانه بر اساس مدل تابع انتقال با چند ورودی

(رطوبت و دمای متوسط ماهانه) در عربستان سعودی، اظهار داشت که در این نوع خاص از داده‌ها، مدل‌های تابع انتقال عملکرد بسیار مؤثری داشته‌است.

یکی از پیچیده‌ترین فرآیندهای هیدرولوژیکی، فرآیندهای بارش - رواناب است که از پارامترهای مختلف فیزیکی و هیدرولوژیکی تأثیر می‌پذیرد. بنابراین، درک و پیش‌بینی فرآیندهای تولید رواناب و انتقال آن به نقطه‌ی خروجی حوضه آبخیز، یکی از اساسی‌ترین مباحث علم هیدرولوژی محسوب می‌شود (Dehghani et al, 2016). از سوی دیگر، با توجه به محدودیت منابع آب شیرین قابل استحصال، پیش‌بینی هر چه دقیق‌تر دبی جریان و تغییرات آن در طول سال از ارکان اساسی برنامه‌ریزی و مدیریت منابع آب‌های سطحی است؛ از این رو، متخصصان همواره برای تخمین صحیح دبی رودخانه و تدقیق روش‌های موجود در تلاش هستند. در ایران تاکنون از روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی فرآیند بارش - رواناب استفاده شده، اما به مدل تابع انتقال کمتر توجه شده‌است. تابع انتقال، مدل پیشرفته‌ی سری زمانی است که علاوه بر داده‌های سری ورودی، بر روی باقی‌مانده‌های مدل نیز مدل مناسب برازش می‌دهد و برخلاف دیگر مدل‌های سری زمانی، مدلی چندمتغیره است. بنابراین هدف اصلی این پژوهش، استفاده از مدل تابع انتقال برای مدل‌سازی فرآیند بارش - رواناب به صورت ماهانه و مقایسه‌ی آن با مدل باکس و جنکینز (SARIMA) در سرشاخه‌های حوضه آبریز گرگان‌رود (اصلی‌ترین حوضه آبریز در استان گلستان) برای مدیریت مناسب و کارآمد منابع آب است.

۲- منطقه‌ی مورد مطالعه

حوضه آبریز گرگان‌رود با مساحت ۱۳۰۶۶ کیلومترمربع (حدود ۵۰ درصد از مساحت استان)، در نیمه‌ی جنوبی استان گلستان واقع شده‌است. این رودخانه با طول ۳۳۳ کیلومتر، طولانی‌ترین و حوضه آبخیز آن، بزرگ‌ترین حوضه در استان گلستان است که نقش مهمی در تأمین منابع آب موردنیاز این استان دارد. تقریباً ۶۷ درصد از منابع آب سطحی استان، معادل ۸۲۸ میلیون مترمکعب در این حوضه جریان دارد (Heshmatpour et al, 2020). این تحقیق در دو زیرحوضه‌ی رامیان و گالیکش - که از سرشاخه‌های گرگان‌رود محسوب می‌شوند - انجام شد (شکل ۱). ایستگاه هیدرومتری رامیان، در خروجی زیرحوضه‌ی رامیان احداث شده که مساحت بالادست آن ۲۵۰۰۰ هکتار است. همچنین ایستگاه هیدرومتری گالیکش، در خروجی زیرحوضه‌ی گالیکش بر روی رودخانه‌ی اوغان احداث شده که مساحت بالادست آن ۴۰۴۰۰ هکتار است.



شکل ۱: موقعیت زیر حوضه‌های مورد مطالعه در حوضه آبریز گرگانرود

۳- مواد و روش

پس از تعیین موقعیت جغرافیایی زیر حوضه‌های گالیکش و رامیان، در هر زیرحوضه یک ایستگاه هیدرومتری - که در خروجی آن واقع شده‌است - به همراه یک ایستگاه هواشناسی (گالیکش و رامیان) - که معرف شرایط آن حوضه باشد - انتخاب شد (جدول ۱). دوره آماری مشترک برای ایستگاه‌های هواشناسی و هیدرومتری منتخب، از سال آبی ۱۳۶۰-۱۳۶۱ تا ۱۳۹۵-۱۳۹۶ (۳۶ ساله) انتخاب و مقادیر دبی متوسط و بارندگی ایستگاه‌ها به صورت ماهانه جمع‌آوری شد (شرکت آب منطقه‌ای استان گلستان).

با توجه به اینکه مقادیر دبی و بارندگی وابسته به زمان هستند، در ابتدا این داده‌ها به صورت سری زمانی مرتب شد. در این تحقیق، مقادیر بارندگی و دبی ماهانه ایستگاه‌های منتخب در یک دوره زمانی ۳۶ ساله به صورت سری زمانی مرتب شد. سپس بررسی همگنی سری داده‌ها با استفاده از آزمون چاو^۱ صورت گرفت. روش چاو در بین روش‌های مختلف، بالاترین دقت را دارد (Ceylan and Ceyda, 2016).

¹ Chow

جدول ۱: ایستگاه‌های هواشناسی مورد بررسی در حوضه آبریز گرگان رود

شماره ایستگاه	نام ایستگاه	نوع ایستگاه	طول جغرافیایی	عرض جغرافیایی
۱	رامیان	هیدرومتری	۵۵ ۰۸	۳۷ ۰۱
۲	گالیکش	هیدرومتری	۵۵ ۲۸	۳۷ ۱۵
۳	رامیان	هواشناسی	۵۵ ۰۸	۳۷ ۰۱
۴	گالیکش	هواشناسی	۵۵ ۲۷	۳۷ ۱۵

در این بخش، تابع انتقال^۱ سری‌های زمانی برای مدل‌سازی رابطه‌ی بین بارش و رواناب معرفی می‌شود. با توجه به نوع پراکنش مقادیر رواناب و وجود مقادیر صفر، برای تثبیت واریانس از تبدیل یک به یک $\log(1+Y_t)$ در مدل استفاده شد. توضیح این امر لازم است که از سری زمانی بارش در مدل، بدون تبدیل استفاده شد. مدل تابع انتقال با سری زمانی ورودی بارش (X_t) به عنوان متغیر پیش‌بینی کننده و سری زمانی رواناب (Y_t) به عنوان متغیر پاسخ، به صورت رابطه‌ی ۱ معرفی می‌شود (Bowerman and O'Connel, 1993):

$$\nabla^{d_1} \nabla_{T_1}^{D_1} \log(Y_t + 1) = \mu + \frac{Cw(B)}{\delta(B)} B^b \nabla^{d_2} \nabla_{T_2}^{D_2} X_t + \eta_t \quad \text{رابطه‌ی ۱}$$

که در آن، B عملگر پس‌رو با تبدیل $BX_t = X_{t-1}$ ، ∇ عملگر تفاضلی که به دو صورت تفاضلی معمولی $\nabla X_t = X_t - X_{t-1}$ و تفاضلی فصلی $\nabla_T X_t = X_t - X_{t-T}$ برای حذف روند و روند فصلی با دوره تناوب T است، $w(B)$ و $\delta(B)$ دو چندجمله‌ای از عملگر پس‌رو به ترتیب با مرتبه‌ی r و s است. همچنین μ و C اعداد ثابت، η_t سری زمانی باقیمانده‌ی مدل و (d_1, D_1, d_2, D_2) مراتب تفاضلی کردن سری‌های زمانی ورودی و خروجی است. باید توجه داشت که هر چند دوره‌های تناوب سری‌های زمانی ورودی و خروجی در این مدل می‌تواند متفاوت باشد، اما این دوره برای سری‌های زمانی ماهانه‌ی بارش و رواناب، برابر با ۱۲ است. پارامتر b ، تأخیری است که بیشترین ارتباط بین دو سری زمانی در این تأخیر اتفاق می‌افتد. انتظار می‌رود که b یک عدد نامنفی باشد که زمان‌های حال و گذشته‌ی سری زمانی ورودی را به زمان‌های حال سری زمانی خروجی پیوند بزند. مقدار b از تابع همبستگی متقابل به صورت یک پیک معنادار قابل تشخیص است. همچنین مرتبه‌های r و s بر اساس نوع روند تابع همبستگی متقابل اطراف تأخیر b ، یکی از مقادیر ۰، ۱ یا ۲ را به خود می‌گیرند (Bowerman and O'Connel, 1993). برای مشخص‌سازی بهتر مدل، حالت‌های خاص آن به صورت زیر بیان می‌شود (Rashmi, 2017):

حالت اول: اگر (d_1, D_1, d_2, D_2) و (b, s, r) همگی صفر باشند، مدل تابع انتقال به صورت یک مدل رگرسیونی (رابطه‌ی ۲) است:

$$\log(Y_t + 1) = \mu + CX_t + \eta_t \quad \text{رابطه‌ی ۲}$$

که در این حالت با برآورد مقادیر پارامتر، یک رابطه‌ی رگرسیونی همزمان بین بارش و رواناب تشکیل خواهد شد.

¹ Transfer Function

حالت دوم: حتی اگر سری زمانی ورودی با سری زمانی خروجی ارتباط معنی‌داری نداشته باشد، مدل تابع انتقال مانند یک مدل SARIMA برای سری زمانی خروجی عمل می‌کند. هر مدل SARIMA با شش مشخصه تعیین می‌شود که به صورت رابطه‌ی ۳ نمایش داده می‌شود (Cramer, 1986):

$$(p, d, q) \times (P, D, Q)_T \quad \text{رابطه‌ی ۳}$$

که در آن، d و D به ترتیب مرتبه‌ی تفاضلی کردن معمولی و فصلی سری زمانی، p و q به ترتیب مرتبه‌ی خودبازگشتی و میانگین متحرک معمولی و P و Q نیز به ترتیب مرتبه‌ی خودبازگشتی و میانگین متحرک فصلی با دوره تناوب T مدل را تعیین می‌کند.

حالت‌های دیگر مدل سبب می‌شود که بتوان بر حسب مقادیر گذشته‌ی بارش و رواناب، یک رابطه‌ی پیش‌بینی را برای مقادیر رواناب ایجاد کرد که نسبت به مدل رگرسیونی همزمان و مدل SARIMA دقت بالاتری داشته باشد (Box et al, 2015).

مراحل ساخت یک تابع انتقال را می‌توان در سه گام زیر خلاصه کرد:

گام اول: یک مدل SARIMA به متغیر ورودی برازش شده و دقیقاً همین مدل، بدون تغییر بر روی سری زمانی خروجی اعمال می‌شود که این عمل را پیش‌صافی کردن سری زمانی می‌نامند. با این تغییرات، دو سری زمانی جدید حاصل می‌شود که رابطه‌ی بین دو سری زمانی را بهتر نشان می‌دهد.

گام دوم: محاسبه‌ی تابع خودهمبستگی بین دو سری زمانی حاصل از گام اول، برای شناسایی پارامترهای (b, s, r) محاسبه و ترسیم شد.

گام سوم: برازش یک مدل SARIMA به سری زمانی باقیمانده، η_t و تعیین مدل نهایی تابع انتقال انجام شد.

برای بررسی نکویی برازش یک مدل SARIMA، معمولاً از آماره Q باکس - پیرس و فرم‌های اصلاح‌شده‌ی آن استفاده می‌شود. این آماره به صورت رابطه‌ی ۴ محاسبه می‌شود (Bowerman and O'Connel, 1993):

$$Q = n \sum_{i=1}^k r_i^2(Z_t, Z_t) \quad \text{رابطه‌ی ۴}$$

که در آن، $r_i(Z_t, Z_t)$ تابع خودهمبستگی سری زمانی باقیمانده را در گام یا تأخیر i ام نشان می‌دهد. آماره Q دارای توزیع مجانبی $\chi^2(k)$ است. این آماره بر این اساس شکل گرفته‌است که سری زمانی باقیمانده تا چه میزان به نوفه سفید شده تبدیل شده که بیانگر برازش مناسب مدل است. برای بررسی نکویی برازش یک تابع انتقال با یک سری زمانی ورودی، از دو آماره استفاده می‌شود که در روابط ۵ و ۶ ارائه شده‌است (Bowerman and O'Connel, 1993):

$$Q_1 = n \sum_{i=1}^k r_i^2(\eta_t, X_t) \quad \text{رابطه‌ی ۵}$$

$$Q = n \sum_{i=1}^k r_i^2(\eta_t, \eta_t) \quad \text{رابطه‌ی ۶}$$

که در آن، $r_i(\eta_t, X_t)$ تابع همبستگی متقابل بین سری زمانی باقیمانده و سری زمانی ورودی، و $r_i(\eta_t, \eta_t)$ تابع خودهمبستگی سری زمانی باقیمانده است. آماره اول (رابطه‌ی ۴)، معیاری مهم برای برازش تابع انتقال است که نشان

می‌دهد سری زمانی باقیمانده دیگر به سری زمانی ورودی مرتبط نیست؛ در نتیجه مدل از این لحاظ برازش مناسبی داشته‌است. آماره دوم (رابطه‌ی ۵)، بر اساس برازش مدل مناسب به سری زمانی باقیمانده شکل گرفته‌است. مدل تابع انتقال برازش شده، در صورتی مناسب است که هر دو ویژگی بالا را به‌طور همزمان داشته باشد.

برای ارزیابی دقت تابع انتقال که در آن از سری زمانی بارش به عنوان متغیر پیش‌بینی کننده برای سری زمانی رواناب استفاده می‌شود، این مدل با یک مدل SARIMA به سری زمانی رواناب بدون بارش مقایسه شد. پس از برازش مدل‌های SARIMA و تابع انتقال، می‌توان مقادیر برازش شده و پیش‌بینی را از هر دو مدل محاسبه کرد. توضیح این امر لازم است که چنانچه در سری زمانی خروجی، تبدیلی (مانند تبدیل لگاریتمی) صورت گیرد سپس مدل‌سازی شود، برای محاسبه‌ی مقادیر برازش شده یا پیش‌بینی واقعی باید از تبدیل معکوس (مانند آنتی‌لوگ) استفاده کرد.

در مرحله‌ی بعد، به اعتبارسنجی^۱ مدل‌های مورد استفاده پرداخته شد. اعتبارسنجی هر مدل سری زمانی می‌تواند به دو شکل درونی و بیرونی انجام شود. در اعتبارسنجی درونی، مقادیر برازش شده‌ی مدل محاسبه و با مقادیر واقعی سری زمانی مقایسه می‌شود. در اعتبارسنجی بیرونی، معمولاً یک یا چند دوره از سری زمانی در مدل‌سازی شرکت داده نمی‌شود و پس از برازش مدل، مقادیر پیش‌بینی برای دوره‌های کنار گذاشته شده محاسبه و با مقادیر واقعی مقایسه می‌شود. تاکنون شاخص‌های استاندارد مختلفی برای مقایسه‌ی مقادیر حاصل از مدل و مقادیر واقعی ارائه شده‌است که در ادامه به مهم‌ترین آنها (روابط ۷ تا ۱۰) پرداخته می‌شود (Moriasi, 2007):

الف) شاخص میانگین قدرمطلق فاصله^۲

$$MAD = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |Y_t - \hat{Y}_t| \quad \text{رابطه‌ی ۷}$$

ب) شاخص مربع میانگین خطا^۳

رابطه‌ی ۸

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{m}}$$

ج) شاخص میانگین قدرمطلق درصد خطا^۴

رابطه‌ی ۹

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^m \left| \frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t} \right|}{m}$$

د) شاخص کارایی^۵

رابطه‌ی ۱۰

$$E = \frac{\sum_{i=1}^m (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{\sum_{i=1}^m (Y_t - \bar{Y})^2}$$

¹ Validation

² Mean Absolute Distance

³ Root Mean Squares of Errors

⁴ Mean Absolute Percentage Error

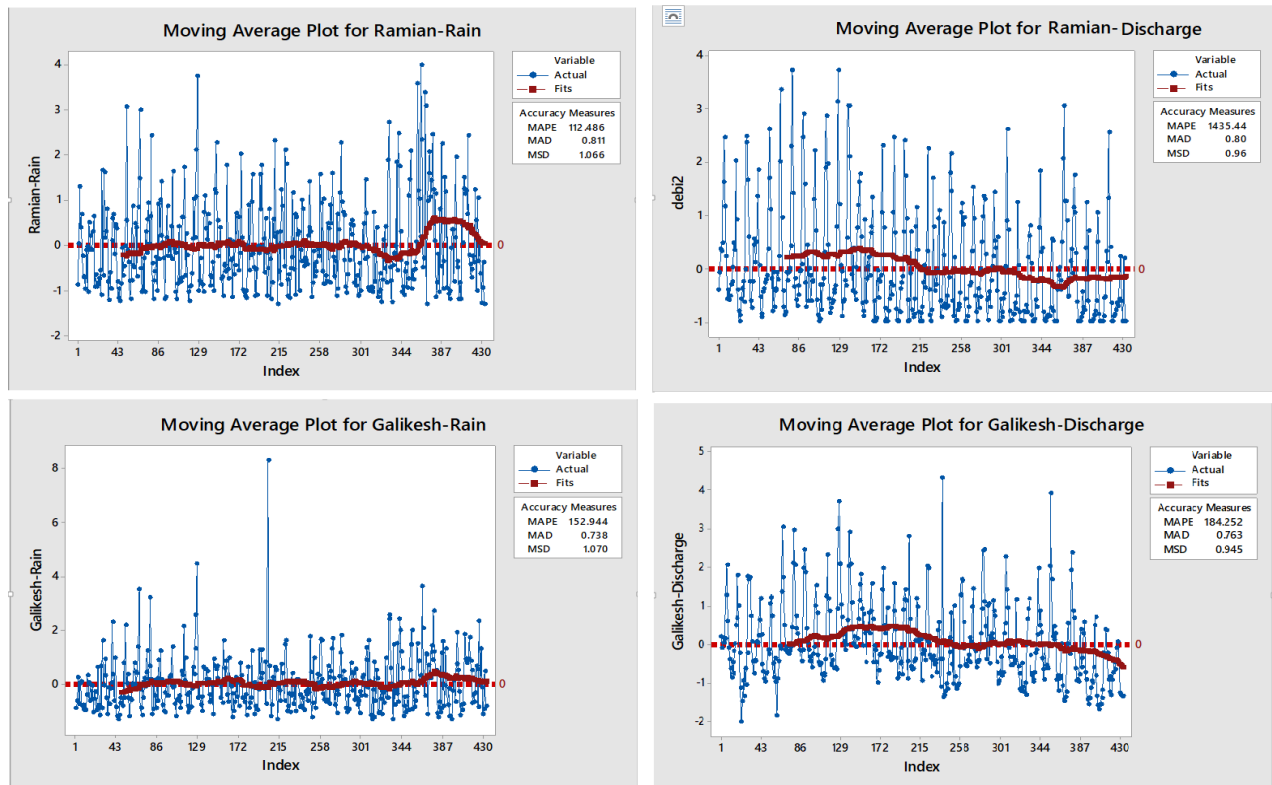
⁵ Efficiency

که در روابط بالا، Y_t مقادیر برازش شده یا پیش‌بینی شده توسط مدل، Y_t مقدار سری زمانی مشاهده شده در زمان t و m تعداد مقادیر برازش شده یا مقادیر پیش‌بینی شده است. کلیه محاسبات آماری این طرح در محیط نرم‌افزار Minitab و SAS انجام شد.

۴- یافته‌ها (نتایج)

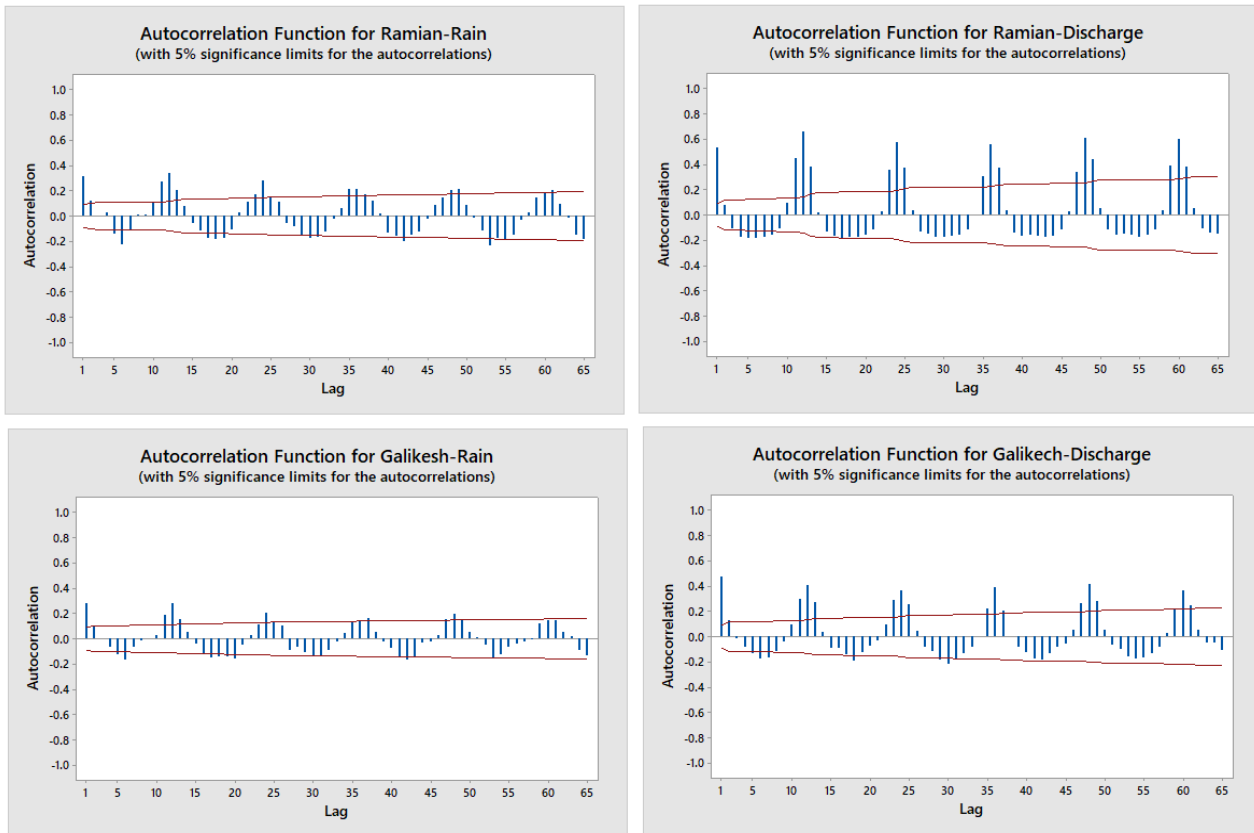
۱-۴- شناسایی روند و روند فصلی

نمودارهای سری زمانی استاندارد شدهی مربوط به بارندگی و دبی متوسط ماهانه در ایستگاه‌های مورد بررسی، در شکل ۲ نشان داده شده است. بر اساس این شکل مشخص شد که داده‌های بارندگی ماهانه ایستگاه‌های هواشناسی گالیکش و رامیان نسبت به خط مرکز شیفیت ایجاد نشده است؛ از این رو، نوسانات آن در زمینه‌ی میانگین بر اثر تغییرات در واریانس بوده است نه در میانگین؛ بنابراین روند وجود ندارد. اما در سری داده‌های دبی متوسط ماهانه ایستگاه‌های هیدرومتری گالیکش و رامیان شیفیت به سمت پایین در میانگین، نسبت به خط مرکز کاملاً محسوس است؛ بنابراین، در مقادیر دبی‌های متوسط هر دو ایستگاه روند نزولی مشاهده شده است.

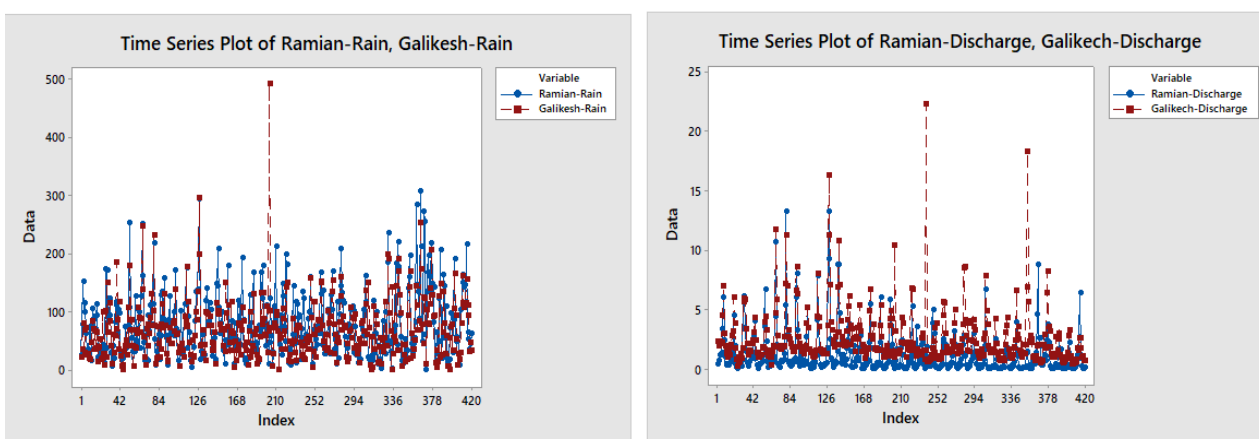


شکل ۲: نمودارهای سری زمانی استاندارد شدهی مربوط به بارش و دبی به همراه مقادیر میانگین متحرک متوسط ماهانه در ایستگاه‌های منتخب
 شکل ۳، نمودار خودهمبستگی نگار مربوط به بارش و دبی متوسط ماهانه را در ایستگاه‌های هواشناسی و هیدرومتری منتخب نشان می‌دهد. با توجه به این شکل مشخص شد که در همه سری‌های زمانی، روند فصلی با دوره تناوب ۱۲ ماهه وجود دارد. با توجه به شکل ۴ نیز مشخص شد که دو ایستگاه هواشناسی از نظر وضعیت بارش، شرایط تقریبی یکسانی داشته؛ در حالی که مقادیر دبی متوسط ماهانه در ایستگاه گالیکش بیش از ایستگاه رامیان بوده است.

برای برازش مدل سری زمانی به داده‌های دبی متوسط ماهانه، از تبدیل $\log(1+Y_t)$ استفاده شد. دلیل استفاده از این تبدیل، وجود مشاهدات پرت و مقادیر صفر در داده‌های دبی متوسط ماهانه ایستگاه‌های هیدرومتری منتخب بوده است. با توجه به وجود روند معمولی و فصلی، از تفاضل‌گیری معمولی و فصلی برای ایستاسازی مشاهدات استفاده شد.



شکل ۳: نمودار خودهمبستگی‌نگار مربوط به بارش و دبی متوسط ماهانه در ایستگاه‌های منتخب



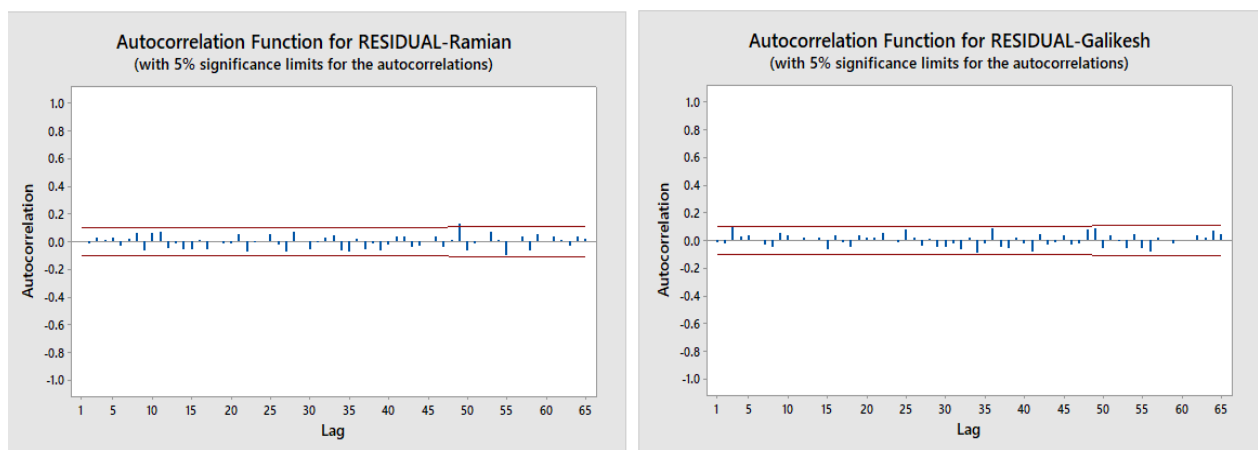
شکل ۴: نمودار مقایسه‌ی بارش و دبی متوسط ماهانه در ایستگاه‌های منتخب

۲-۴- برآزش مدل باکس و جنکینز

بهترین مدل برآزش شده به داده‌های دبی‌های متوسط ماهانه در ایستگاه‌های هیدرومتری منتخب، در جدول ۲ ارائه شده است. مقادیر معنی‌داری نشان می‌دهد که در سری‌های زمانی باقی‌مانده‌ی مدل‌ها، همبستگی وجود ندارد؛ در نتیجه، مدل‌ها به خوبی برآزش داده شده‌اند (شکل ۵).

جدول ۲: نتایج مدل‌سازی باکس و جنکینز برای سری‌های زمانی دبی‌های متوسط ماهانه در ایستگاه‌های منتخب

ایستگاه هیدرومتری	مدل باکس و جنکینز	مقدار معنی‌داری
گالیکش	$(1,1,1) \times (0,1,1)_{12}$	۰/۸۱۸
رامیان	$(0,1,4) \times (1,1,2)_{12}$	۰/۶۰۳



شکل ۵: نمودار خودهمبستگی نگار باقی‌مانده‌های مدل برآزش شده‌ی مقادیر دبی‌های متوسط ماهانه در ایستگاه‌های منتخب

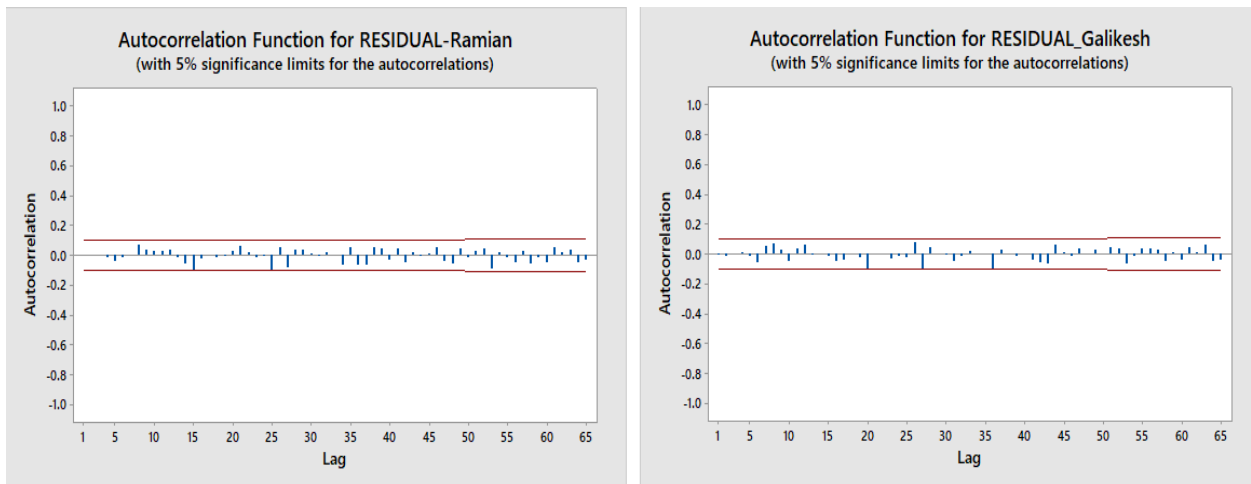
۳-۴- برآزش مدل تابع انتقال

سپس برآزش تابع انتقال برای سری‌های زمانی دبی (با تبدیل لگاریتمی) با سری‌های زمانی ورودی بارش انجام شد که شامل سه مرحله‌ی پیش‌صافی کردن، رسم همبستگی متقابل و تشخیص مدل تابع انتقال و برآزش مدل به مقادیر باقیمانده‌ها است. برای پیش‌صافی کردن، رابطه‌ی بین سری‌های زمانی ورودی (بارش) و خروجی (دبی) یک مدل باکس و جنکینز به بارش هر دو ایستگاه هواشناسی گالیکش و رامیان برآزش شده به داده‌های بارش ماهانه در ایستگاه‌های هواشناسی منتخب، در جدول ۳ ارائه شده است.

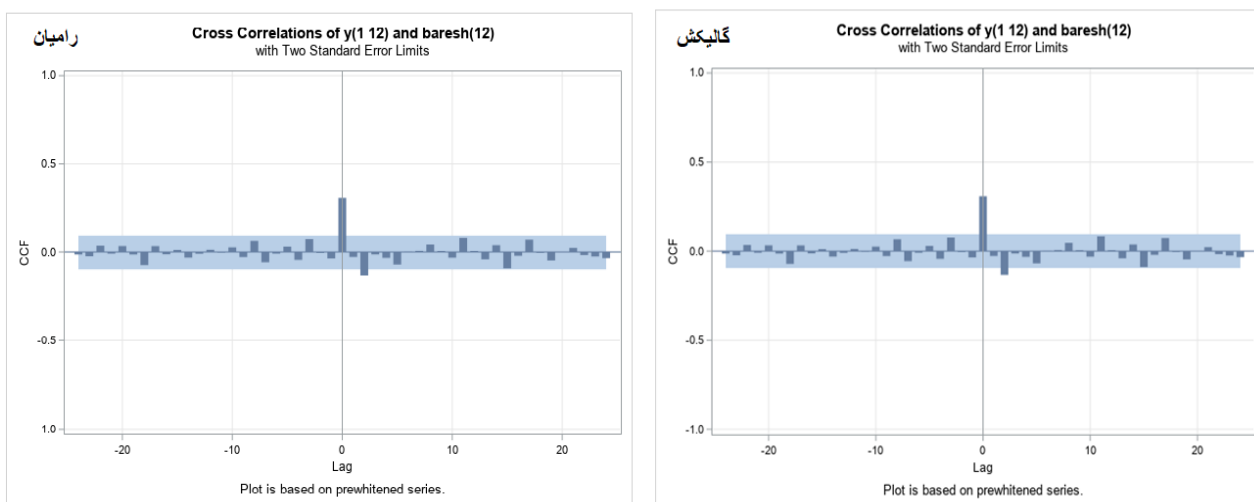
جدول ۳: نتایج مدل‌سازی باکس و جنکینز (SARIMA) برای سری‌های زمانی بارش ماهانه در ایستگاه‌های هواشناسی منتخب

ایستگاه هواشناسی	مدل باکس و جنکینز (SARIMA)	مقدار معنی‌داری
گالیکش	$(1,0,1) \times (0,1,1)_{12}$	۰/۷۹۷
رامیان	$(4,0,3) \times (0,1,1)_{12}$	۰/۵۴۶

مقادیر معنی‌داری نشان می‌دهد که در سری‌های زمانی باقی‌مانده‌ی مدل‌ها همبستگی وجود ندارد؛ در نتیجه، مدل‌ها به خوبی برآزش داده شده‌اند (شکل ۶). پس از برآزش مدل پیش‌صافی، دقیقاً همان مدل به داده‌های دبی‌ی متوسط ماهانه برآزش داده شد. نمودار همبستگی متقابل بین سری‌های زمانی دبی و بارش پس از پیش‌صافی کردن در ایستگاه‌های منتخب، در شکل ۷ نمایش داده شده است. وجود یک پیک معنی‌دار در هر دو نمودار، بیانگر ارتباط بین بارش و دبی در هر دو حوضه آبخیز مورد بررسی است که پیش‌شرط استفاده از تابع انتقال است.



شکل ۶: نمودار خودهمبستگی نگار باقی مانده های مدل برازش شده ی بارش های ماهانه در ایستگاه های هواشناسی منتخب

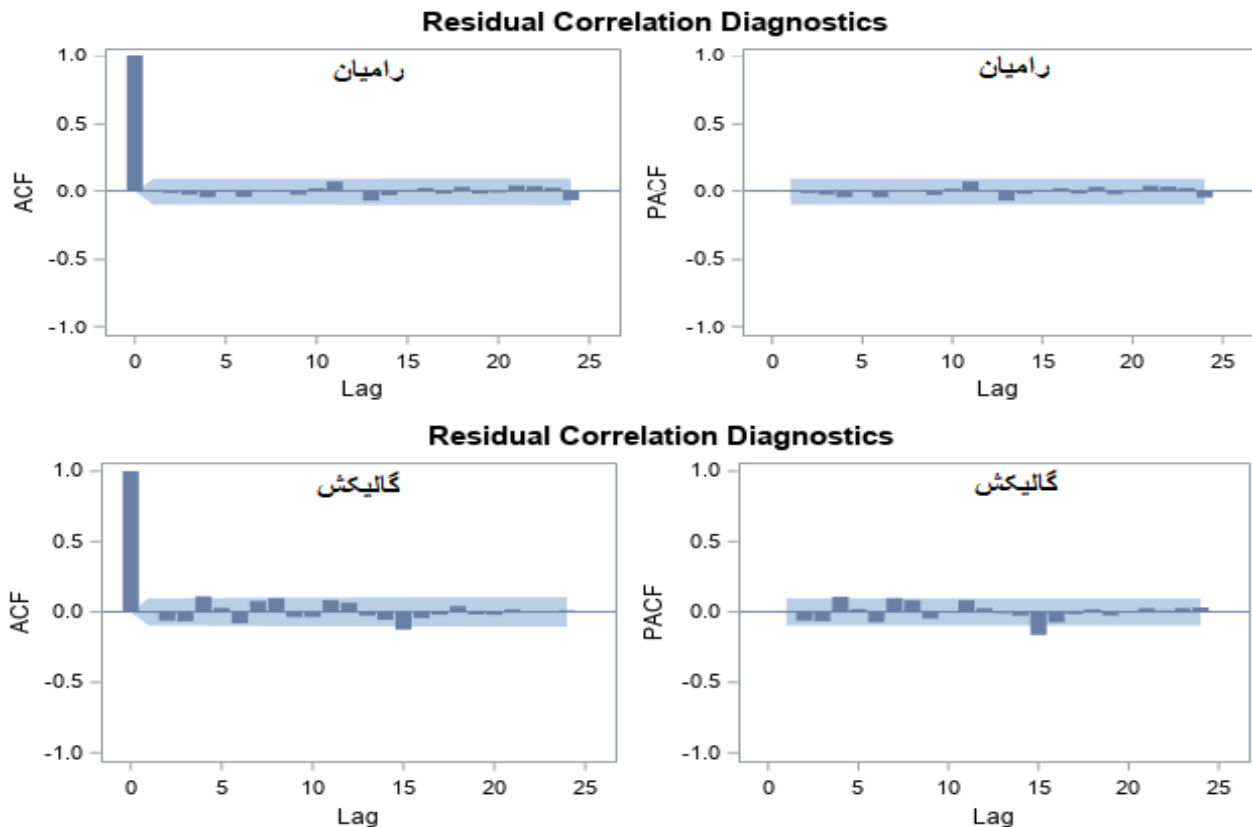


شکل ۷: نمودار همبستگی متقابل بین سری های زمانی بارش و دبی در ایستگاه های منتخب

جدول ۴، نتایج برازش مدل تابع انتقال را در ایستگاه های منتخب نشان می دهد. با توجه به نمودار همبستگی متقابل، مقادیر پارامترهای تابع انتقال تعیین شد. همچنین به سری زمانی باقی مانده ی مدل های مناسب برازش داده شد. با توجه به مقادیر معنی داری، هم تابع انتقال و هم مدل سری زمانی باقی مانده در هر دو ایستگاه به خوبی برازش داده شده اند که شکل ۸ این موضوع را تأیید می کند.

جدول ۴: نتایج برازش مدل تابع انتقال بارش - رواناب در ایستگاه های منتخب

ایستگاه	پارامترهای مدل تابع انتقال			مدل برازش شده به سری زمانی باقی مانده	مقادیر معنی داری	
	b	r	s		همبستگی بین سری زمانی بارش و باقی مانده	همبستگی در سری زمانی باقی مانده
گالیکش	۰	۲	۱	$(1,0,2) \times (0,0,2)_{12}$	۰/۶۱۰۰	۰/۷۰۱۵
رامیان	۰	۱	۱	$(1,0,1) \times (0,0,1)_{12}$	۰/۶۲۰۰	۰/۸۲۱۱



شکل ۸: نمودار خودهمبستگی (ACF) و خودهمبستگی جزئی (PACF) مقادیر باقی مانده‌ی نهایی پس از برازش مدل به سری زمانی دبی‌های متوسط ماهانه در ایستگاه‌های منتخب

۴-۴- ارزیابی مدل‌های مورد استفاده

پس از بررسی و برازش داده‌های بارش و دبی متوسط ماهانه با استفاده از دو مدل تابع انتقال و سری زمانی باکس و جنکینز (SARIMA)، به پیش‌بینی مقادیر دبی متوسط ماهانه در ایستگاه‌های مورد بررسی پرداخته شد. نتایج شاخص‌های اعتبارسنجی دو مدل برای مقادیر پیش‌بینی و مقادیر برازش شده برای ایستگاه‌های هیدرومتری گالیکش و رامیان محاسبه و در جدول ۵ گزارش شده‌است.

با توجه به این جدول، شاخص‌های اعتبارسنجی محاسبه شده بر حسب مقادیر برازش شده‌ی دبی از روش تابع انتقال در دو ایستگاه هیدرومتری گالیکش و رامیان، نسبت به روش باکس و جنکینز مقادیر کمتری دارد؛ بنابراین، از لحاظ مقادیر برازش شده می‌توان نتیجه گرفت که مدل تابع انتقال در این دو ایستگاه، نسبت به مدل باکس و جنکینز (SARIMA) دقت بالاتر و عملکرد مناسب‌تری دارد.

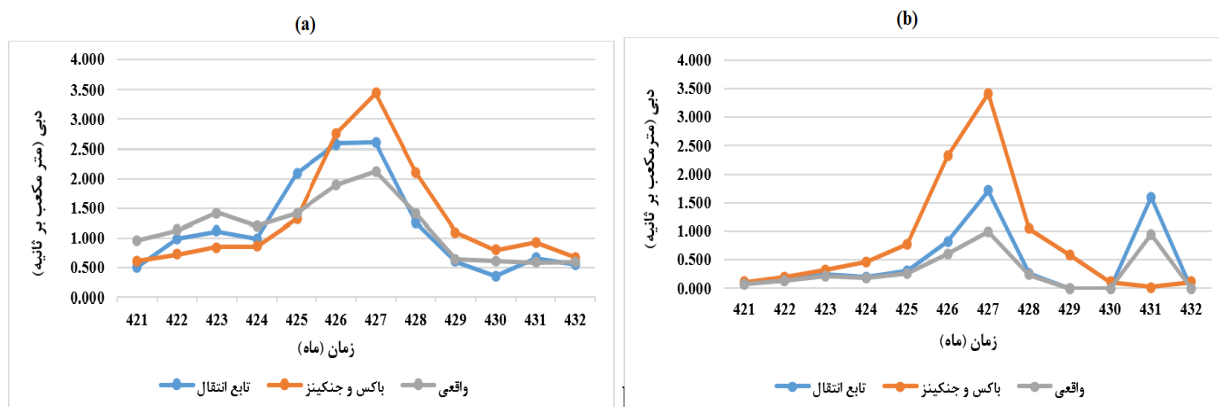
در این بررسی همچنین اعتبارسنجی مقادیر پیش‌بینی شده‌ی دبی از دو مدل، ارزیابی و مشخص شد که شاخص‌های اعتبارسنجی محاسبه شده از روش تابع انتقال در دو ایستگاه هیدرومتری گالیکش و رامیان، نسبت به روش باکس و جنکینز مقادیر کمتری دارد (جدول ۵)؛ بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که از دیدگاه پیش‌بینی، مدل تابع انتقال در دو ایستگاه هیدرومتری گالیکش و رامیان نسبت به مدل باکس و جنکینز دقت بالاتری دارد.

جدول ۵: نتایج اعتبارسنجی مدل‌های تابع انتقال و باکس و جنکینز از دو دیدگاه مقادیر برازش شده و پیش‌بینی شده در ایستگاه‌های هیدرومتری

گالیکش و رامیان

ایستگاه		مقادیر شاخص‌ها برای مدل‌های مورد بررسی	
هیدرومتری	دیدگاه	شاخص‌های	باکس و جنکینز (SARIMA)
	بررسی	ارزیابی	تابع انتقال
گالیکش	بر حسب	MAD	۰/۱۹۱۶
	مقادیر	RSME	۰/۲۸۴۲
	برازش	MAPE	۰/۰۸۹۰
	شده	E	۰/۳۵۵۱
	بر حسب	MAD	۰/۱۹۵۵
	مقادیر	RSME	۰/۲۱۴۰
	پیش‌بینی	MAPE	۰/۱۱۰۲
	شده	E	۰/۹۰۲۶
رامیان	بر حسب	MAD	۰/۳۳۹۰
	مقادیر	RSME	۰/۴۸۷۶
	برازش	MAPE	۰/۲۲۴۵
	شده	E	۰/۴۶۴۱
	بر حسب	MAD	۰/۲۲۱۱
	مقادیر	RSME	۰/۴۳۱۷
	پیش‌بینی	MAPE	۰/۲۵۳۸
	شده	E	۰/۸۵۵

شکل ۹، نمودار مقایسه‌ی داده‌های دبی واقعی و پیش‌بینی شده توسط دو مدل را به ترتیب در ایستگاه هیدرومتری گالیکش و رامیان نشان می‌دهد. در هر دو ایستگاه هیدرومتری گالیکش و رامیان، انطباق مناسب‌تر مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل تابع انتقال نسبت به مدل باکس و جنکینز در مقایسه با داده‌های واقعی دبی ماهانه کاملاً مشخص و مشهود است.



شکل ۹: نمودار مقایسه‌ی دبی‌های متوسط ماهانه‌ی واقعی و پیش‌بینی شده توسط دو مدل در ایستگاه هیدرومتری گالیکش (a) و رامیان (b)

۵- بحث و نتیجه‌گیری

در این تحقیق با استفاده از آمار ایستگاه‌های هواشناسی و هیدرومتری منتخب در دوره آماری ۳۶ ساله در دو حوضه آبخیز رامیان و گالیکش از سرشاخه‌های گرگان‌رود، با استفاده از دو روش تابع انتقال و باکس و جنکینز (SARIMA) به برازش مدل و پیش‌بینی مقادیر دبی‌های متوسط ماهانه برای ۱۲ ماه آینده پرداخته شد و این امر با کمک نرم‌افزارهای Minitab و SAS صورت گرفت. سپس با استفاده از شاخص‌های استاندارد مختلف، مقایسه و اعتبارسنجی درونی و بیرونی مدل‌های برازش داده شده ارزیابی شد.

به‌طور کلی، با توجه به نتایج حاصل از برازش پیش‌بینی و اعتبارسنجی هر یک از مدل‌ها با استفاده از شاخص‌های MAPE، RMSE، MAD و E در دو ایستگاه مورد بررسی، می‌توان چنین اظهار کرد که مدل تابع انتقال نسبت به مدل باکس و جنکینز (SARIMA)، عملکرد مناسب‌تری دارد. در تابع انتقال با توجه به استفاده از سری زمانی بارش - که رابطه‌ی معنی‌داری با سری زمانی دبی‌های متوسط ماهانه دارد - این نتایج دور از انتظار نیست. ارزش این رابطه در این است که از کلیه‌ی اطلاعات مربوط به زمان حال و گذشته‌ی بارش ماهانه و مقادیر دبی‌های متوسط ماهانه در زمان‌های گذشته، در پیش‌بینی مقادیر زمان حال و آینده دبی‌های متوسط ماهانه استفاده شد. نتایج این بررسی با مطالعات اصلاحی (۱۳۸۲) در پیش‌بینی بارندگی ماهانه، فصلی و سالانه‌ی تبریز، Jahanbakhshasl و همکاران (۲۰۰۶) در بررسی روند نوسانات اقلیمی ایستگاه تبریز، خزاعی و همکاران (۱۳۹۰) در مدل‌سازی تغییرات زمانی و مکانی رسوب معلق در رودخانه‌ی گرگان‌رود، Meshkani و Meshkani (۱۹۹۷) در بررسی نوسانات سطح آب دریای خزر، Michiel و همکاران (۲۰۲۰) در مدل‌سازی دینامیک رطوبت خاک در شرق کشور هلند و Salem (۲۰۲۱) در پیش‌بینی و مدل‌سازی مقادیر بارش ماهانه بر اساس مدل تابع انتقال با چند ورودی در کشور عربستان سعودی - که همگی آنها عملکرد استفاده از روش تابع انتقال را مناسب و کارآمد معرفی کرده‌اند - همسویی داشته‌است.

تغییرات بارش چه به‌طور مستقیم و چه به‌طور غیرمستقیم، نقش تعیین‌کننده‌ای در تغییرات رواناب دارد؛ اما این تأثیرگذاری لزوماً به صورت همزمان نیست و ممکن است با تأخیر زمانی صورت گیرد. بنابراین، برازش مدلی بسیار حائز اهمیت است که می‌تواند علاوه بر تأثیر همزمان بارش بر رواناب، تأخیرهای زمانی هر دو سری زمانی را در پیش‌بینی مقادیر رواناب قابل توجه قرار دهد. مدل‌های SARIMA بر اساس پیش‌بینی، مبتنی بر تأخیرهای خود سری زمانی رواناب است و اطلاعات پارامترهای محیطی از جمله بارش را در پیش‌بینی لحاظ نمی‌کند. از آنجا که الگوی این پارامترها دستخوش تغییرات سالانه است، عدم در نظر گرفتن این تغییرات باعث می‌شود مدل‌های SARIMA در پیش‌بینی دچار انحراف شود. اما در مدل‌های تابع انتقال، امکان بررسی تأثیرات بیش از یک پارامتر محیطی بر تغییرات رواناب فراهم است که این امر می‌تواند به افزایش دقت و صحت نتایج مدل‌سازی منجر شود.

منابع

1. Afruzi, A., & H. Zare Abyaneh., (2017). Groundwater level modeling and forecasting using the time series model (Case study: the plains of Hamadan province). *Journal of Watershed Management Research*. 8(15), 102-111. (In Persian).
2. Akhtar, M. K.; Corzo, G. A.; Van Andel, S. J.; & A. Jonoski, 2009. River flow forecasting with artificial neural networks using satellite observed precipitation pre-processed with flow length and travel time information, case study of the Ganges River Basin, *Hydrology and Earth System Sciences*, 9, 1607- 1618.
3. Besaw L. E.; Rizzo, D. M.; Bierman, P. R.; & W. R. Hackett, 2010. Advances in ungauged stream flow prediction using artificial neural networks, *Journal of Hydrology*, 1(4), 27-37.

4. Bowerman, B. L., & R. O'Connel., (1993). Forecasting and time series: An applied approach. Third edition, Amazon Publication. 722 p.
5. Box, G. E.; Jenkins, G. M.; & G. C. Reinsel, 2015. Time series analysis: forecasting and control, 4th Edition. New Jersey: Wiley, 734 p.
6. Ceylan, Y., & Y. Ceyda., (2016). Comparison of homogeneity tests for temperature using a simulation study. *International Journal Of Climatilogy*. 36, 62-81.
7. Crayer, J., 1986. Time series analysis, PWP Publication, Boston. 286 p.
8. Dehghani, N.; Vafakhah, M.; & A. Bahremand, 2016. Rainfall-Runoff modeling using artificial neural network and Neuro-Fuzzy inference system in Kasilian watershed, *Journal of Watershed Management Research*, 7(13), 137-128. (In Persian).
9. Eslahi, M., 2003. Grounding for the application of transfer function models to predict rainfall in the Tabriz region, Third Conference on Numerical Weather Forecasting, Tehran. (In Persian).
10. Farzin, S.; Mirhashemi, H.; Abbasi, H.; Maryanaji, Z.; & P. Khosravinia, 2020. Assessing memory signal of time-series and simulation of rainfall-runoff process, using neural networks and wavelet-neural hybrid models, *Watershed Engineering and Management*, 11(4), 1059-1074. (In Persian).
11. Heshmatpour, A.; Jandaghi, N.; Pasand, S.; & M. Ghareh Mahmoodlu, 2020. Drought effects on surface water quality in Golestan province for Irrigation Purposes, Case study: Gorganroud River, *Natural Geography Journal*, 13(48), 78-88. (In Persian).
12. Jahanbakhshasl, S.; Sari Saraf, B.; Fakherifard, A.; & S. Mirmousavi, 2006. Application of linear transfer function models for investigating the fluctuations of climatic parameters, case study Tabriz station, *Journal of Humanities Research*, 20(1), 75-92. (In Persian).
13. Jandaghi, N., & M. Azim Mohseni., (2021). Modeling and Predicting of Groundwater Level Using Time Series Analysis (Case Study: Gharehghach Well, Golestan Province). 39 National Congress & 4th International Congress of Earth Sciences. Tehran. 1-7. (In Persian).
14. Kamali, A.; Mahmoudian Shushtari, M.; & N. Kamali, 2007. Predicting the monthly inflow to the reservoir of Shahid Abbaspour Dam using Box-Jenkins time series models, 7th International River Engineering Conference, Ahwaz, P: 300. (In Persian).
15. Khazaie moughani, S.; Najafinejad, A.; Sheikh, V.; & M. Azimmohseni, 2011. Modeling temporal and spatial changes of suspended sediment in Gorganroud River. Msc Thesis in watershed management, Gorgan University of Agricultural Sciences and Natural Resources, 114 p. (In Persian).
16. Kisi, O., 2008. Stream flow forecasting using neuro-wavelet technique, *Journal of Hydrological Process*, 22, 4142- 4152.
17. Malekinezhad, H., & R. Porshaiani., (2013). Application and Comparison of Integrated Time Series and Artificial Neural Network Model for Prediction of the Variations of Groundwater Level (Case study: Plain Marvast). *Journal of Irrigation Sciences and Engineering*. 36(3), 81-92. (In Persian).
18. Marofi, S.; Saghaei, S.; Ershadfath, F.; & B. Khatar, 2015. Evaluating time series models to estimate monthly temperature of Iran's old synoptic stations during 1977-2005, *Water and Soil Sciences*, 24(4), 215-226. (In Persian).
19. Melesse, A. M.; Ahmad, S.; McClain, M. E.; Wang, X.; & Y. H. Limd, 2011. Suspended sediment load prediction of river systems: An artificial neural network approach, *Agricultural Water Management*, 98, 855-866.
20. Meshkani, M. R., & A. Meshkani., (1997). Stochastic modeling of the Caspian sea level fluctuations. *Theoretical and Applied Climatology*. 58, 189-195.
21. Michiel, P.; Denie, C. M. A.; Dimmie, M. D. H.; & J. M. H. H. Suzanne, 2020. Applying transfer function-noise modelling to characterize soil moisture dynamics: a data-driven approach using remote sensing data, *Environmental Modelling & Software*, 131, 1-15.
22. Mohanasundaram, S.; Balaji, N.; & G. Suresh Kumar, 2017. Transfer function noise modelling of groundwater level fluctuation using threshold rainfall-based binary-weighted parameter estimation approach, *Hydrological Sciences Journal*, 62 (1), 36-49.
23. Moriasi, D. N.; Arnold, J. G.; Van Liew, M. W.; Bingner, R. L.; Harmel, R. D.; & T. L. Veith, 2007. *Model Evaluation Guidelines for Systematic Quantification of Accuracy in Watershed Simulations*, *Transactions of the ASABE*, 50(3), 885-900.

24. Nakhaee, M., 2010. Flood forecasting in Sombar River by time series analysis using Box-Jenkins model, *Journal of Engineering Geology*, 4 (1), 901-915. (In Persian).
25. Rashmi, N., & N. Sudhir., (2017). Multivariate rainfall - runoff modeling of Kulfo River. *Journal of Current Environmental Engineering Continued as Current Environmental Management*. 4 (3), 177-188.
26. Salem, A., 2021. Forecasting rainfall in Saudi Arabia via transfer function models, *Journal of Research in Environmental and Earth Sciences*, 7(1), 6-11.
27. Van Loon, A. F., & G. Laaha., (2015). Hydrological drought severity explained by climate and catchment characteristics. *Journal of Hydrology*. 526, 3-14.
28. Willem J. Z.; Stefanie, A. R. B.; Aris, L.; & L. B. Wilbert, 2019. Automated Time Series Modeling for Piezometers in the National Database of the Netherlands, *Groundwater*, 57(6), 834-843.
29. Yousefi, A., & M. Shakiba., (2015). The economic and social necessity of water reuse in Iran. *Journal of Water Reuse*. 1(1), 1-7.

Rainfall-runoff process modeling using time series transfer function

Nader Jandaghi¹: Assistant Professor in Engineering Hydrology, Rangeland and Watershed Management Department, Faculty of Agriculture & Natural Resources, University of Gonbad Kavous

Majid Azimmohseni: Assistant Professor in Statistics, Department of Statistics, Faculty of Science, Golestan University

Mojtaba Ghareh Mahmoodlu: Assistant Professor in Environmental hydrogeology, Rangeland and Watershed Management Department, Faculty of Agriculture & Natural Resources, University of Gonbad Kavous

Article History (Received: 2021/05/5

Accepted: 2021/06/27)

Extended Abstract

1- Introduction

Nowadays, forecasting and modeling the rainfall-runoff process is essential for planning and managing water resources. Rainfall-Runoff hydrologic models provide simplified characterizations of the real-world system. A wide range of rainfall-runoff models is currently used by researchers and experts. These models are mainly developed and applied for simulation and prediction. They allow decision-makers to make the most effective decision for planning and operation. Rainfall-runoff modeling is essential in flood routing, flood prediction, flood frequency estimation, real-time flood forecasting, warning climate changes, and other cases. Time series analysis includes methods for analyzing and modeling time-series data to extract forecasts and other characteristics of the time-series data. Time series forecasting is using a model to predict future values based on previously observed values. The transfer function is an advanced and multivariate time series model that enables us to utilize other time series to produce response time-series forecasts. Although the rainfall-runoff process has been modeled by various methods so far, less attention has been paid to the transfer function model. The primary purpose of this study is to introduce the transfer function to model the rainfall-runoff process and compare its results to the common time series model (SAIRMA) in Ramian and Galikesh watersheds.

2- Methodology

In this research, to model the rainfall-runoff process, the monthly averages of rainfall and discharge time series of Ramian and Galikesh watersheds were used for a period of 36 years (1981-2017). These two watersheds are branches of the Gorganroud River which has an essential role in providing water resources required in Golestan province. The time series homogeneity was examined using Chow's method. The existence of trends in time series was investigated based on the moving average time series plot, and the existence of seasonal trends was explored using autocorrelation charts. The cross-correlation diagram was used to investigate the relationship between rainfall and runoff time series. The SARIMA and transfer function models were used to predict monthly runoff. Without considering the rainfall time series, the runoff time series was modeled by a SARIMA model. Also, considering the precipitation time series as an input time series, a transfer function is used to model runoff time series as a response time series. The transfer function modeling was performed in three steps, pre-whitening, selecting the appropriate parameters of the transfer function model, and finally fitting a SARIMA model to the residual values. For the SARIMA model, the goodness of fit test was evaluated based on the Box Pierce statistic. For the transfer function model, two indices were computed. The first index investigated the relationship between runoff and rainfall, and the second index performed the goodness of fit test for residual time series. Then, based on the forecasted and fitted values and using MAD, RMSE, MAPE, and E indices, the accuracy, and precision of SARIMA and transfer function models were compared.

3- Results

According to the autocorrelation diagrams, the results showed that the all-time series has a seasonal trend over 12 months. Also, according to the moving average time series, there was no significant shift in rainfall time series, but there was a decreasing trend in the runoff time series. The transformation $\log(1+Yt)$ was used to the monthly average discharges time series. Then, the transfer function and SARIMA models were used to forecast the monthly average discharges for the next 12 months by using Minitab and SAS software. In the next step, the validation of the predicted data and the fitted data of monthly average discharges of two models were evaluated using MAD, RMSE, MAPE, and E indices. The results showed that the transfer function model in both Galikesh and Ramian watersheds has higher precision from the two perspectives of forecasting and model fitting than the Box and Jenkins (SARIMA) model.

¹ Corresponding Author: Nader.jandaghi@gmail.com

4- Discussion & Conclusions

In this research, to model the rainfall-runoff process, the monthly average of rainfall and runoff were used in Ramian and Galikesh watersheds. Then SARIMA and transfer function models were used to predict monthly runoff. The results showed that the transfer function model in both Galikesh and Ramian watersheds has higher precision than the SARIMA model from the two forecasting and model fitting perspectives. Changes in rainfall, directly and indirectly, cause changes in runoff, and this effect might be happened either at the same time or with a time lag. The transfer function model can consider the time lags of both time series in forecasting runoff time series. The SARIMA models lack the information of other environmental parameters and apply just the runoff in the present and past times to predict future values. Since the pattern of these parameters changes annually, not considering these changes leads to unreliable forecasts from SARIMA models. However, in transfer function models, it is possible to investigate the effect of more than one environmental parameter on the runoff changes, increasing the accuracy of model fitting and forecasting.

Keywords: Forecasting, Box and Jenkins Model, Prewhitening, Cross Correlation, Gorganrud